Infine studiando gli autovalori della matrice A'
è possibile dedurre se l'ellisse è in particolare una circonferenza oppure l'iperbole è in particolare un'iperbole equilatera.

Resta da capire a cosa corrisponde la conica quando $\det A = 0$.

Cominciamo a considerare il seguente caso:

$$(ax+by+c)(a'x+b'y+c')=0$$

in pratica il prodotto di due rette. Sviluppando i calcoli otteniamo

$$\boxed{aa'x^2+bb'y^2+(ab'+a'b)xy+(ac'+a'c)x+(bc'+b'c)y+cc'=0}$$

che ha una struttura da conica. Consideriamo la matrice A:

$$A=\begin{pmatrix} aa' & \frac{ab'+a'b}{2} & \frac{ac'+a'c}{2} \\ \frac{ab'+a'b}{2} & bb' & \frac{bc'+b'c}{2} \\ \frac{ac'+a'c}{2} & \frac{bc'+b'c}{2} & cc' \end{pmatrix} \qquad \to A'$$

Si verifica che: $\det A = 0 \quad \forall\, a, b, c, a', b', c'$
mentre $\det A' = -\dfrac{(a'b-ab')^2}{4} \neq 0$ se le rette non sono parallele (rette distinte)

Se $\det A'=0$ allora sono due rette parallele distinte (poiché $c \neq c'$)

Se $\det A'>0$ allora a, a', b, b' devono essere complessi