ESAME DI STATO ISTRUZIONE II° SUPERIORE

SIMULAZIONE II° PROVA - AS 2018/2019

INDIRIZZO LI02 - SCIENTIFICO
LI03 - = OP. SCIENZE APP.
LI15 - = SEZ. SPORTIVO

MATEMATICA/FISICA

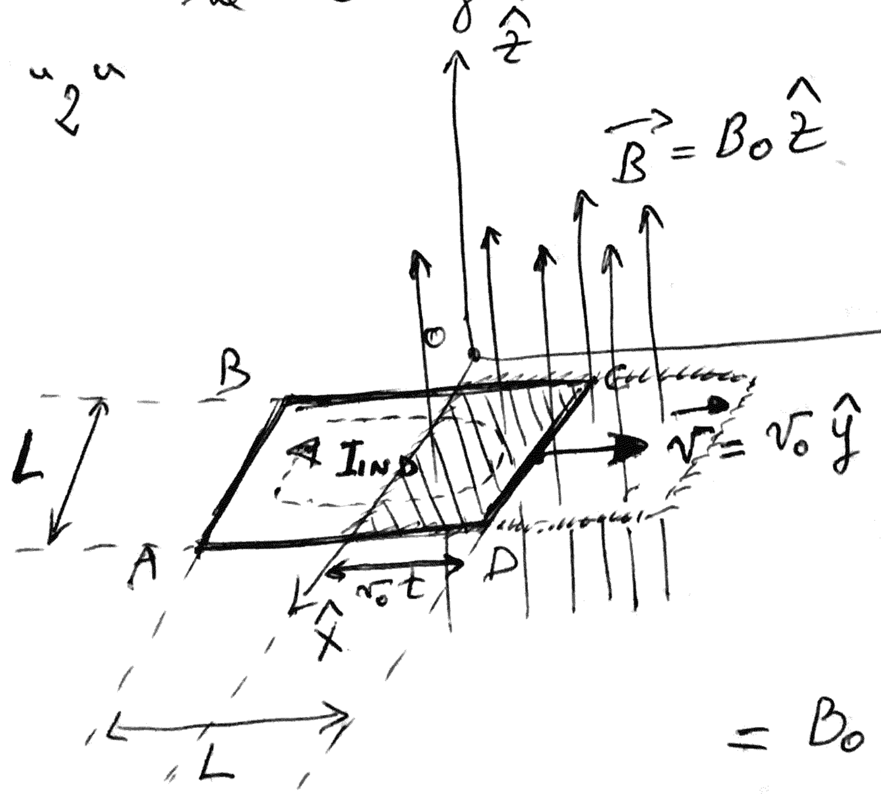
ARTURO/ANTONIO STABILE
arturo.stabile@gmail.com
stabile.antonio@gmail.com
www.arturostabile.com

"SOLUZIONI"

PROBLEMA 1

"1" L'azione frenante è causata dall'opposizione alla variazione del flusso magnetico concatenato con il circuito in movimento. In sostanza il circuito si concatena con le linee di forza del campo magnetico e a causa del moto del circuito stesso il flusso magnetico varia nel tempo. Il sistema reagisce generando una forza frenante che tende ad arrestare la variazione del flusso.

"2"



Flusso magnetico concatenato con il circuito è

$$\Phi(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} =$$

$$= B_0 \int_S |d\vec{S}| = B_0 L v_0 t$$

dove t rappresenta il tempo trascorso da ②
quando il circuito penetra la zona in cui
è presente il campo magnetico $\vec{B}$.
Dalla legge di Faraday-Neumann abbiamo:

$$f_{em} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -B_0 L v_0$$

Quindi la corrente che fluisce nel circuito
(corrente indotta) è pari a:

$$I_{IND} = f_{em}/R = -\frac{B_0 L v_0}{R}$$

il segno "meno" rappresenta il verso della corrente che sarà opposto al verso convenzionale (antiorario). Infatti nel calcolo del flusso abbiamo supposto positivo il verso antiorario quindi la corrente fluirà in senso orario.
Ora sul circuito agisce una forza di Laplace
pari a

$$\vec{F} = I \vec{\ell} \times \vec{B}$$

nel nostro caso otteniamo:

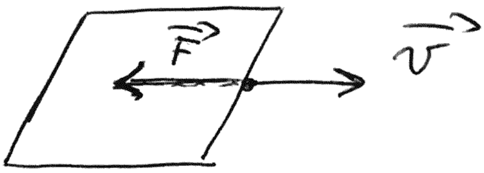
$$\vec{F} = |I_{IND}| \, \overrightarrow{CD} \times B_0 \hat{z}$$

$$= \frac{B_0 L v_0}{R} L B_0 \, \hat{x} \times \hat{z}$$

$$= -\frac{B_0^2 L^2}{R} v_0 \, \hat{y}$$

$$= -\frac{B_0^2 L^2}{R} \vec{v}$$

Dalla legge di Newton



$$\vec F = m\vec a$$

$$-\frac{B_0^2L^2}{R}\vec v = m\vec a$$ ma dato che $\vec a = \frac{d\vec v}{dt}$,

proiettando l'equazione del moto lungo l'asse y

$$\boxed{m\frac{dv}{dt} = -\frac{B_0^2L^2}{R}v}$$

"3ª" Introducendo la quantità $\boxed{\tau \doteq \frac{mR}{B_0^2L^2}}$

l'equazione diviene:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}v$$

dove v è una funzione del tempo $v = v(t)$. Siamo alla ricerca di una funzione $v(t)$ tale che la sua derivata è pari alla funzione stessa moltiplicata per $-1/\tau$. Questo può essere solo l'esponenziale. In particolare:

$$v(t) = k\,e^{-t/\tau}$$ dove k è arbitraria

Notiamo che $v(t=0) = k$ e deve essere pari alla velocità iniziale di quando entra nella zona del campo magnetico $\Rightarrow k = v_0$.

Quindi:

$$\boxed{v(t) = v_0\,e^{-t/\tau}}$$

$$\boxed{\tau = 0{,}55\ s.}$$

"4" Dobbiamo ricavare la legge oraria del moto avendo determinato al punto precedente $v(t)$: sia $y(t)$ tale legge che determina la posizione del ramo di destra del circuito quando questo entra nella zona del campo magnetico

$$y(t) = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t v_0 e^{-t/\tau}\,dt =$$

$$= v_0 \int_0^t e^{-t/\tau}\,dt = v_0 \left(-\tau e^{-t/\tau}\right)\Big|_0^t =$$

$$= -\tau v_0 \left(e^{-t/\tau} - 1\right)$$

$$\boxed{y(t) = \tau v_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

La ricerca dell'istante di tempo t^* affinché il circuito oltrepassi completamente la zona del campo magnetico è data dalla condizione:

$$y(t^*) = 2L$$

$$\tau v_0 \left(1 - e^{-t^*/\tau}\right) = 2L \Rightarrow e^{-t^*/\tau} = 1 - \frac{2L}{v_0 \tau}$$

$$-t^*/\tau = \ln\left(1 - \frac{2L}{v_0 \tau}\right) \qquad t^* = -\tau \ln\left(1 - \frac{2L}{v_0 \tau}\right)$$

$$\boxed{t^* = \tau \ln\left(\frac{v_0 \tau}{v_0 \tau - 2L}\right)} = 1{,}29\,s$$

Conoscendo t^* calcoliamo la velocità posseduta dal circuito per $t = t^*$

$$v(t^*) = v_0 e^{-t^*/\tau} = v_0 e^{-\cancel{\tau} \ln(\dots)/\cancel{\tau}} =$$

$$= v_0 \left[e^{\ln(\dots)} \right]^{-1} = v_0 \left(\frac{v_0 \tau}{v_0 \tau - 2L} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{v_0 \tau - 2L}{\tau} \; ; \quad \text{Quindi:}$$

$$\boxed{v(t^*) = \frac{v_0 \tau - 2L}{\tau}} = 0{,}02 \text{ m/s.}$$

"5" Essendo $v(t^*) > 0$ vorrà dire che il circuito si muoverà di moto rettilineo ed uniforme. Nel caso in cui $v(t^*) = 0$, invece, significherà che il moto del circuito si arresterà esattamente quando questo si sovrappone al magnete.

Possiamo quindi definire in questo caso la velocità limite come $\boxed{2L/\tau} \doteq v_{LIM}$.

Se $v_0 < v_{LIM}$ non sarà possibile avere la sovrapposizione fra circuito e magnete.

$$\boxed{v_{LIM} = \frac{2L}{\tau} = 0{,}18 \text{ m/s.}}$$