ESAME DI STATO ISTRUZIONE II^a SUPERIORE

SIMULAZIONE II^a PROVA - A.S. 2018-2019

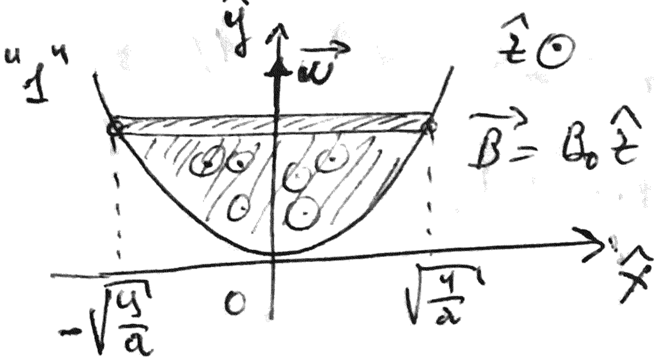
INDIRIZZO LI02 - SCIENTIFICO
LI03 - = OP. SCIENZE APPLICATE
LI15 - = SEZ. SPORTIVO

MATEMATICA / FISICA

ARTURO / ANTONIO STABILE
arturo.stabile@gmail.com
stabileantonio@gmail.com
www.arturoStabile.com

"SOLUZIONI"

QUESTIONARIO



$\vec{\omega} = \omega_0 \hat{y}$ $y = ax^2$

$\vec{B} = B_0 \hat{z}$ Calcolo del flusso magnetico attraverso la superficie ◡:

$$\Phi_{S'}(\vec{B}) = \int_{S'} \vec{B}\cdot d\vec{S} = B_0 \int_{S'} |d\vec{S}| = B_0 \frac{2}{3}\, 2\sqrt{\frac{y}{a}}\, y = \frac{4}{3}\frac{B_0}{\sqrt{a}}\, y^{3/2}$$

$$|f_{em}| = \frac{d\Phi_{S'}(\vec{B})}{dt} = \frac{\cancel{4}^{\,2}}{\cancel{3}}\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\frac{B_0}{\sqrt{a}}\, y^{1/2}\frac{dy}{dt}.$$

Siccome il tratto di circuito orizzontale sta accelerando in direzione di $\hat{y}$ con modulo costante ω_0:

$\dfrac{dy}{dt} = \omega_0 t$. Esprimiamo t in funzione di y:

$$y = \frac{1}{2}\omega_0 t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{\omega_0}}.$$

$$\Longrightarrow \quad |f_{em}| = \frac{2B_0}{\sqrt{a}}\, y^{1/2}\, \omega_0 \sqrt{\frac{2y}{\omega_0}} = \boxed{2\sqrt{2}\, B_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{a}}\, y}$$

"2" $x(t)=\alpha t(1-\beta t)$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e $\beta > 0$.

a- si tratta di un moto uniformemente accelerato con partenza dall'origine. Infatti

$$x(t)= \alpha t - \alpha\beta t^2 \Longrightarrow \begin{cases} v_0 = \alpha \\ a_0 = -2\alpha\beta \end{cases}$$

$$\boxed{v(t) = x'(t) = \alpha - 2\alpha\beta t}$$

$$\boxed{a(t) = x''(t) = -2\alpha\beta}$$

b- La particella si fermerà nell'istante t^* tale che

$$v(t^*) = 0 \longrightarrow \alpha - 2\alpha\beta t^* = 0 \Longrightarrow t^* = 1/2\beta$$

Quindi per ritornare indietro al punto di partenza impiegherà lo stesso tempo:

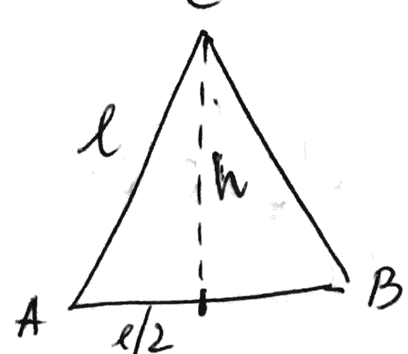
$$\boxed{\Delta t = 2t^* = 1/\beta}$$

Lo spazio percorso sarà due volte quello che separa il punto di partenza e il punto in cui inverte il moto:

$$\Delta s = 2x(t^*) = 2(\alpha t^* - \alpha\beta t^{*2}) = 2\left(\frac{\alpha}{2\beta} - \alpha\beta\frac{1}{4\beta^2}\right)$$

$$= \frac{2\alpha}{\beta}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{\alpha}{2\beta} ; \qquad \boxed{\Delta s = \frac{\alpha}{2\beta}}$$

"3"



a- L'energia potenziale elettrostatica inizialmente è data da:

$$U_{TOT} = U_{AC} + U_{AB} + U_{BC} \quad \text{dove}$$

$$U_{AC} = U_{BC} = U_{AB} = \frac{kq^2}{\ell} \quad \text{con} \quad k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Quindi $\boxed{U_{TOT} = \frac{3kq^2}{\ell}}$

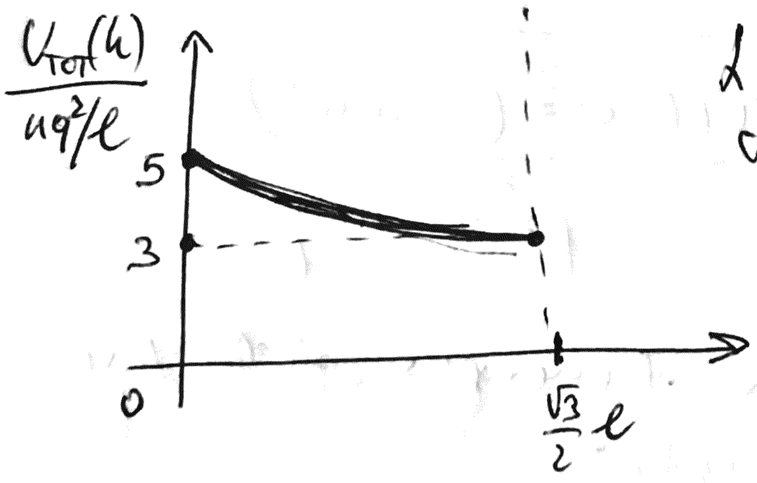
b- Nel caso in cui la carica C fosse muovesse verticalmente verso il segmento AB conviene esprimere l'energia in funzione di h:

$$U_{TOT}(h) = \frac{kq^2}{\ell} + \frac{2kq^2}{\sqrt{\ell^2/4 + h^2}} = \frac{kq^2}{\ell}\left\{1 + \frac{4}{\sqrt{1+(2h/\ell)^2}}\right\}$$

Conviene riscrivere la funzione in questo modo:

$$\frac{U_{TOT}(h)}{kq^2/\ell} \doteq f(h) = 1 + \frac{4}{\sqrt{1+(2h/\ell)^2}} \quad \text{con} \quad 0 \le h \le \frac{\sqrt{3}\,\ell}{2}$$

il cui grafico è il seguente:



L'andamento deve essere chiaramente "monotono decrescente" per questioni fisiche poiché aumenta la distanza mentre tra le cariche e quindi U_{TOT} deve diminuire.

"4"

$$\begin{cases} x(t) = a \sin \omega t \\ y(t) = a(1-\cos \omega t) \end{cases}$$

sono in pratica le componenti del vettore posizione $\vec{r}(t)$.

Quindi la distanza dall'origine all'istante $t=\tau$ è data come segue:

$$d = |\vec{r}(t=\tau)| = \sqrt{x(\tau)^2 + y(\tau)^2} =$$

$$= \sqrt{a^2 \sin^2 \omega\tau + a^2 - 2a^2 \cos\omega\tau + a^2\cos^2\omega\tau} =$$

$$= \sqrt{2a^2(1-\cos\omega\tau)}$$

Ricordando alcune formule di trigonometria abbiamo: $1-\cos\theta = 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

$$d = \sqrt{2a^2\, 2\sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)} = \boxed{2a\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = x'(t) = a\omega\cos\omega t \\ v_y(t) = y'(t) = a\omega\sin\omega t \end{cases} \qquad \begin{cases} a_x(t) = x''(t) = -a\omega^2\sin\omega t \\ a_y(t) = y''(t) = a\omega^2\cos\omega t. \end{cases}$$

quindi

$$\boxed{\vec{v}(t=0) = (a\omega, 0)} \quad e \quad \boxed{\vec{a}(t=0) = (0, a\omega^2)}$$

lungo l'asse x — lungo l'asse y

"5" In regime relativistico l'energia della particella è data da $E = m_0\gamma c^2$ dove $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ che tiene conto anche dell'energia a riposo $E_0 = m_0c^2$. Quindi l'energia cinetica è data da $K^{rel} = E - E_0 = m_0(\gamma-1)c^2$

Volendo che $E_0 = K^{rel}$ si ottiene:

$$m_0 c^2 = m_0(\gamma - 1)c^2 \Rightarrow \boxed{\gamma = 2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2} c}$$

la particella deve raggiungere una velocità di $\frac{\sqrt{3}}{2} c \simeq$ $\simeq 0{,}85\, c$ (siamo in pieno regime relativistico).

Essendo la particella (elettrone) posta in un campo elettrico costante $E = 10 \frac{\mu V}{cm}$ si ha un'accelerazione pari $|\vec{a}| = eE/m_e$ ($m_e|\vec{a}| = eE$)

Serve la legge oraria del moto uniformemente accelerato ma in regime relativistico:

$$v(t) = \frac{a t}{\sqrt{1 + a^2 t^2/c^2}}$$

Quindi $\boxed{v(t^*) = \frac{\sqrt{3}}{2} c}$ $\qquad \frac{a t^*}{\sqrt{1 + \frac{a^2 t^{*2}}{c^2}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} c$ $\rightarrow v_0$

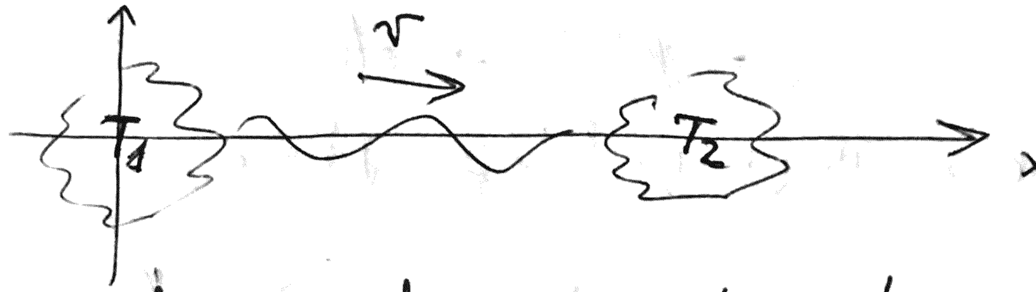
Risolvendo rispetto a t^* otteniamo:

$$t^* = \frac{v_0}{a\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$ e sostituendo tutto abbiamo:

$$t^* = \frac{\sqrt{3}/2\; c}{\frac{eE}{m_e}\sqrt{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} c\right)^2}} \Rightarrow \boxed{t^* = \frac{\sqrt{3}\, m_e c}{eE}}$$

$$\boxed{t^* = 2{,}95 \cdot 10^{-9}\, s}$$

"6"



Sappiamo che $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{v}$, quindi il tempo impiegato per percorrere un tratto l è dato da

$$\Delta t = \int dt = \int_0^l \frac{dx}{v(x)}$$

dove dobbiamo conoscere la dipendenza della velocità dell'onda dal punto in cui si trova.

La temperatura $T(x)$ in un generico punto può essere scritta come segue $T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{l} x$ in modo che $T(0) = T_1$ e $T(l) = T_2$. La velocità v è proporzionale a $\sqrt{T}$, quindi:

$$v(x) = \alpha \sqrt{T(x)} = \alpha \sqrt{T_1 + \left(\frac{T_2 - T_1}{l}\right) x}$$

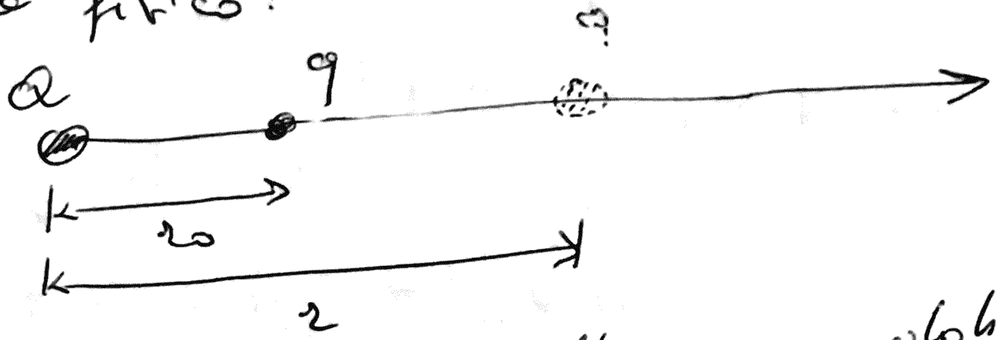
Resta ora che eseguire l'integrale:

$$\Delta t = \int_0^l \frac{dx}{\alpha \sqrt{T_1 + \frac{T_2 - T_1}{l} x}} = \frac{1}{\alpha} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{T_1 + \frac{T_2 - T_1}{l} x}} =$$

$$= \frac{1}{\alpha} \frac{2l}{T_2 - T_1} \sqrt{T_1 + \frac{T_2 - T_1}{l} x} \Bigg|_0^l = \frac{2l}{\alpha (T_2 - T_1)} \left\{ \sqrt{T_2} - \sqrt{T_1} \right\};$$

$$\Longrightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2l}{\alpha (\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1})}}$$

"I" Per poter rispondere analizziamo il proble-
ma fisico:



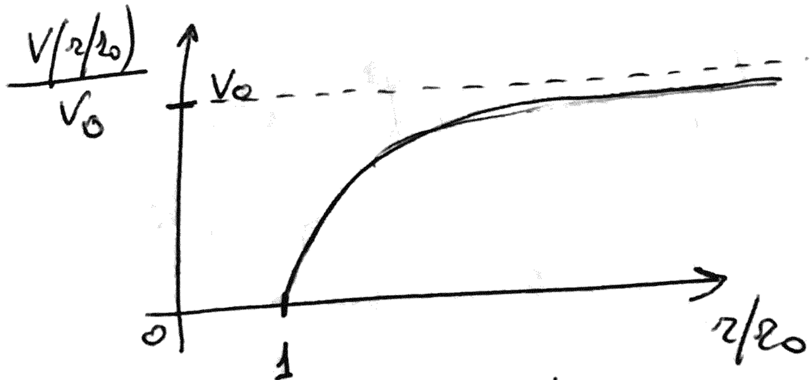
Per la conservazione dell'energia abbiamo avere

$$k\frac{Qq}{r_0} = \frac{1}{2}mv^2 + k\frac{Qq}{r}$$ poiché $Qq>0$

Quindi abbiamo:

$$v = v(r) = \sqrt{\frac{2kQq}{m r_0}\left(1 - \frac{1}{r/r_0}\right)} \doteq v_0\sqrt{1-\frac{1}{r/r_0}}$$

Effettuando il grafico abbiamo:



Dunque il grafico proposto non può essere accettab[ile]
Il problema "grave" consiste nel far partire la fun-
zione dall'origine facendo intendere che le
due cariche elettriche siano nello stesso punto.
In tal caso la forza di Coulomb tenderebbe
all'infinito!!!

"8" Per poter analizzare il moto la cui legge oraria è $x(t) = a\sin^2(3t - \pi/4)$ effettuiamo una manipolazione algebrica:

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta \qquad \sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$x(t) = a\,\frac{1-\cos(6t-\pi/2)}{2} = \frac{a}{2} - \frac{a}{2}\cos(6t - \pi/2)$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{a}{2}\sin(6t).$$

a- Dunque l'ampiezza d'oscillazione è $\boxed{a/2}$

mentre il periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6} = \boxed{\pi/3}$

b. La massima distanza dall'origine sarà pari ad a e questo accadrà quando

$$\sin(6t^*) = -1 \rightarrow 6t^* = \frac{3}{2}\pi$$

$$\Rightarrow \boxed{t^* = \frac{\pi}{4}\,s \simeq 0{,}79\,s.}$$