

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente _____ matricola _____

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Determinare la parabola con asse parallelo all'asse delle ascisse che passa per i punti di coordinate (2,1), (1,1) e (2,3). Determinare successivamente vertice, fuoco e direttrice. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 3)

2- Motivare geometricamente perché il rapporto tra le funzioni seno e coseno è detto tangente. Stesso discorso per la funzione cotangente. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 1, 2)$ e $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ calcolare $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e l'angolo che essi formano rispettivamente con l'asse y. Determinare inoltre il vettore di modulo 4 che ha la direzione e il verso del vettore $\vec{a} - 3\vec{b}$. (VETTORI - PUNTI: 4)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^4 : (1, 0, 1, -1), (-1, 2, 0, 1), (0, 1, 2, -1) e (1, 2, -1, 1). Verificato che sono linearmente indipendenti costruire una base ortonormale di \mathbf{R}^4 . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Calcolare il rango della matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Motivare in termini di dipendenza o indipendenza lineare tra righe o colonne il valore calcolato del rango. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Determinare la soluzione del sistema lineare $\begin{cases} 4x + y + 2z - 3t = 0 \\ 3x - y + t = 1 \\ y - 2z - t = -4 \\ 3x + z - t = 0 \end{cases}$, applicando il metodo di Cramer, dopo aver verificato che il sistema effettivamente ammette un'unica soluzione. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 4)

8- Sia data la conica, espressa nella forma canonica, di equazione $x^2 + 2y^2 - 2 = 0$. Descrivere lo stesso luogo geometrico rispetto ad un sistema di assi cartesiani di coordinate (x', y') la cui origine è nel punto di coordinate $(x, y) = (1, 2)$ e gli assi coordinati risultano ruotati di 45° rispetto ai primi. (CONICHE - PUNTI: 5)