UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO

C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente ____________________________ matricola ________

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Discutere al variare dei parametri reali liberi le posizioni reciproche di una circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ e la parabola di equazione $y = \alpha\, x^2$. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 4)

2- Dall'affermazione "corde che insistono su archi uguali sono a loro volte uguali" dimostrare le formule di Werner. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 3)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 2, -1)$ e $\vec{b} = (1, 1, 1)$ determinare il modulo del vettore $\vec{a} - \vec{b}$ applicando il teorema di Carnot, e il loro prodotto vettoriale dimostrando successivamente che questo ultimo è perpendicolare ai vettori dati. (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Siano dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale $\mathbf{R}^3$ $(1, a, 2)$, $(0, 1, 0)$ e $(3, 1, a)$ con a parametro reale. Determinare il valore del parametro affinché i vettori siano linearmente indipendenti e in tal caso costruire una base ortonormale in cui sia presente il vettore $(0, 1, 0)$. Infine rappresentare in tale base il vettore $(-1, 2, 4)$. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 5)

5- Determinare la matrice inversa di $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Calcolare il determinare e la traccia di A B dove $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 5)

6- Discutere al variare dei parametri k e λ la compatibilità del sistema lineare $\begin{cases} k\,x + 2y + \lambda z = 1 \\ x + y + kz = 1 \\ x + ky + \lambda z = 1 \end{cases}$ ricavando successivamente le possibili soluzioni utilizzando il metodo di Cramer. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

7- Determinare gli autovalori e gli autovettori della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Verificare infine se è diagonalizzabile o meno e in caso affermativo rappresentare la sua forma diagonale. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)

Prova del 11/3/2021