UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO

C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente ______________________________ matricola ________

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Data una parabola di equazione $y = -x^2 - 4\,x\ + 1$ ed il punto di coordinate $(3, 5)$. Determinare le rette tangenti alla parabola condotte dal punto in questione. Determinare la circonferenza che passa per il vertice della parabola e per i punti di tangenza. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 4)

2- Ricavare la formula di triplicazione della tangente. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 3)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 2, -1)$ e $\vec{b} = (1, 1, 1)$ determinare il modulo del vettore $\vec{a} - \vec{b}$ applicando il teorema di Carnot, e il loro prodotto vettoriale dimostrando successivamente che questo ultimo è perpendicolare ai vettori dati. (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$: $(1, -1, 1, 0)$, $(1, 2, -1, 1)$, $(-1, 1, 0, 1)$, $(1, 0, 0, 1)$. Verificato che sono linearmente indipendenti, costruire una base ortonormale di $\mathbf{R}^4$. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 5)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & k & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ calcolare i possibili valori del parametro k affinché il rango sia 3 e 2. Definita la matrice $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ determinare il parametro k affinché $B^{-1}A$ tenga determinante pari a 2. Costruire la matrice simmetrica ed antisimmetrica utilizzando la matrice B. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 5)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x + y + kz = 2 \\ x + y + 3\,z = k - 1 \\ 2x - z + k\,y = 1 \end{cases}$ ricavando successivamente le possibili soluzioni utilizzando il metodo di Cramer. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. In caso affermativo verificare che le matrici $S\,D$ e $A\,S$ sono uguali. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)

Prova (anticipata) del 10/5/2021