UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO

C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente ______________________________ matricola ________

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Data l'iperbole equilatera riferita all'origine del sistema di riferimento di equazione $x^2 - y^2 = a^2$, dimostrare che l'omografica di equazione $u = \frac{\alpha v+\beta}{\gamma v+\delta}$ rappresenta lo stesso luogo geometrico dell'iperbole e che esiste un cambio di coordinate per passare dalla coppia (x, y) a (u, v) e viceversa. Siano con $\alpha, \beta, \gamma, \delta, a$ parametri reali. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 4)

2- Dall'affermazione "corde che insistono su archi uguali sono a loro volte uguali" dimostrare le formule di prostaferesi. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 3)

3- Dati il vettore $\vec{a} = (1, 2, -1)$. Costruire un secondo vettore $\vec{b}$ tale che $\vec{a}\times\vec{b}$ sia lungo l'asse x e l'area del parallelogrammo costruito con i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sia pari a 2. (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Siano dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale $\mathbf{R}^3$ $(1, a, 2)$, $(0, 1, 0)$ e $(3, 1, a)$ con a parametro reale. Determinare il valore del parametro affinché i vettori siano linearmente indipendenti e in tal caso costruire una base ortonormale in cui sia presente il vettore $(0, 1, 0)$. Infine rappresentare in tale base il vettore $(-1, 2, 4)$. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 5)

5- Sia la matrice $A = \begin{pmatrix} 2h-1 & h & h \\ 0 & h-3 & 0 \\ h & 2+h & 1 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale h. Determinare il rango di A al variare di h. Infine determinare la matrice inversa individuando la condizione su h affinché esista l'inversa. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 5)

6- Discutere al variare del parametro k la compatibilità del sistema lineare $\begin{cases} x + y + k\,z = 2 \\ x + y + 3z = k - 1 \\ 2x + ky - z = 1 \end{cases}$ ricavando successivamente le possibili soluzioni utilizzando il metodo di Cramer. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

7- Determinare gli autovalori e gli autovettori della matrice $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Verificare infine se è diagonalizzabile o meno e in caso affermativo rappresentare la sua forma diagonale. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)

Prova del 1/2/2021