
PON 2007 – 2013
Liceo Scientifico *Leonardo da Vinci*
Vallo della Lucania
Nuovi percorsi matematici:
Osservare, descrivere, costruire.

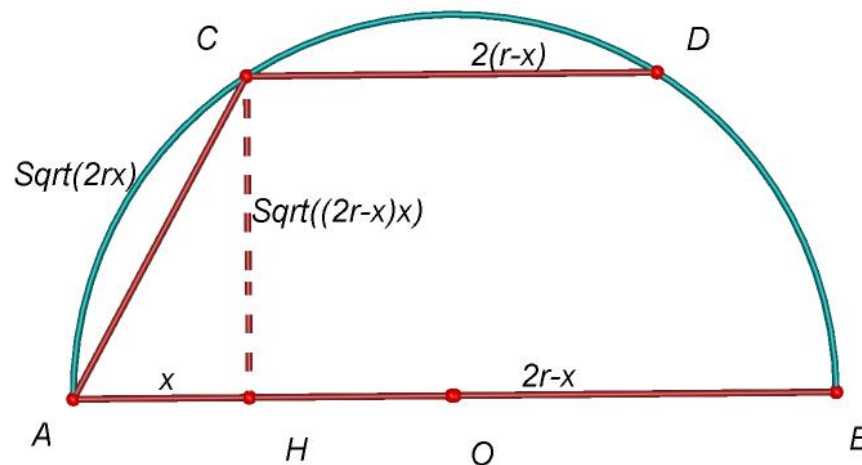
Cabri 3D – 2: Problemi parametrici

Arturo Stabile
Vallo della Lucania
9 Ottobre 2008

Problema 1

Data una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ condurre una corda CD parallela al diametro in modo che $AC + CD = k$.

Costruiamo il disegno con Cabri potendo anche inserire il movimento del generico punto sulla semicirconferenza. E' possibile estrarre anche un'immagine in jpeg da utilizzare per una presentazione.



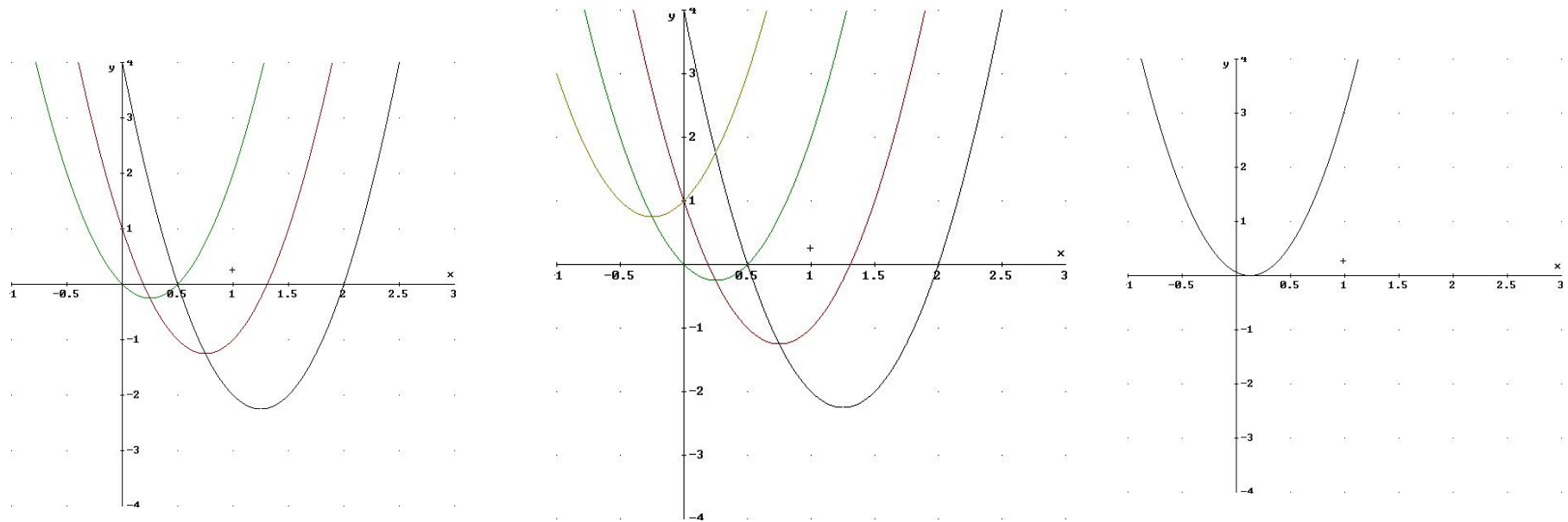
$$\sqrt{2rx} + 2(r-x) = k$$

$$0 \leq x \leq 2r$$

Problema 1

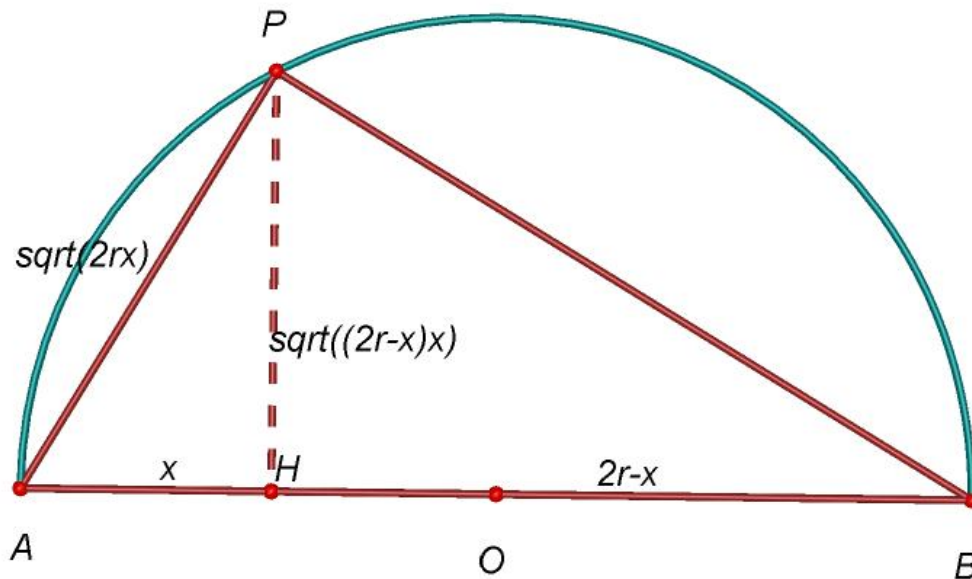
Data una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ condurre una corda CD parallela al diametro in modo che $AC + CD = k$.

Con derivate risolviamo la parte matematica ed otteniamo diverse curve al variare del parametro k . Possiamo mettere in evidenza i valori limiti per cui il problema non ha soluzione ...



Problema 2

Su una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ determinare un punto P tale che, detta H la sua proiezione su AB , si ottenga $AH + HP = k$



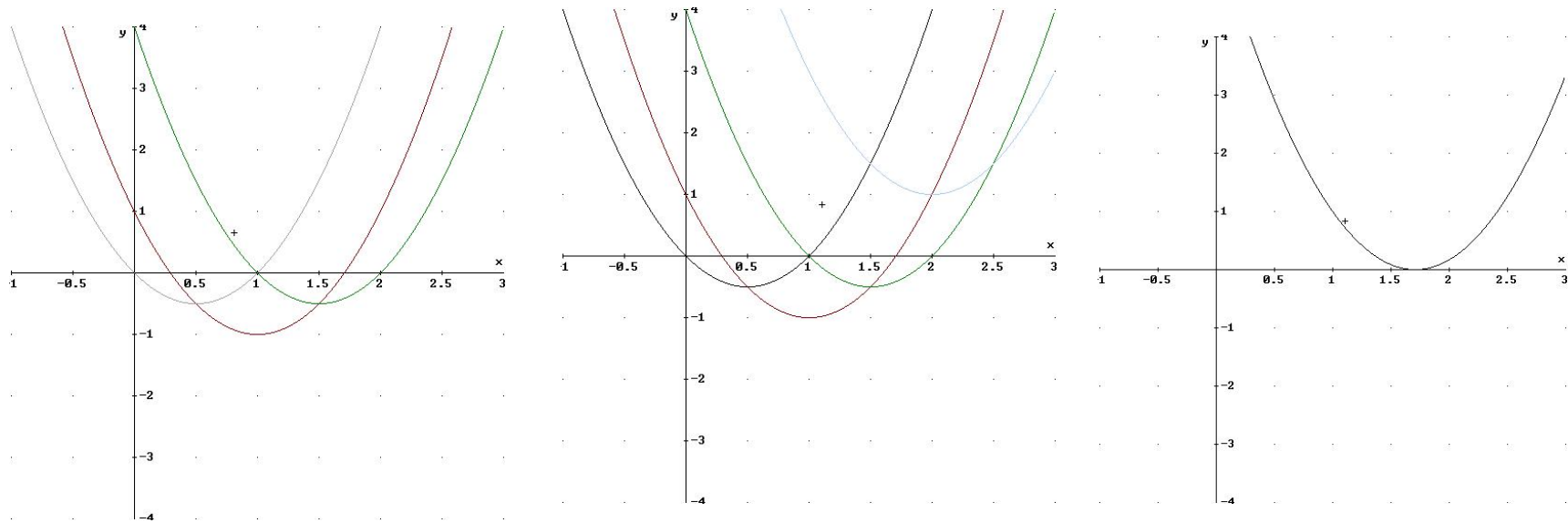
$$x + \sqrt{(2r-x)x} = k$$

$$0 \leq x \leq k$$

Problema 2

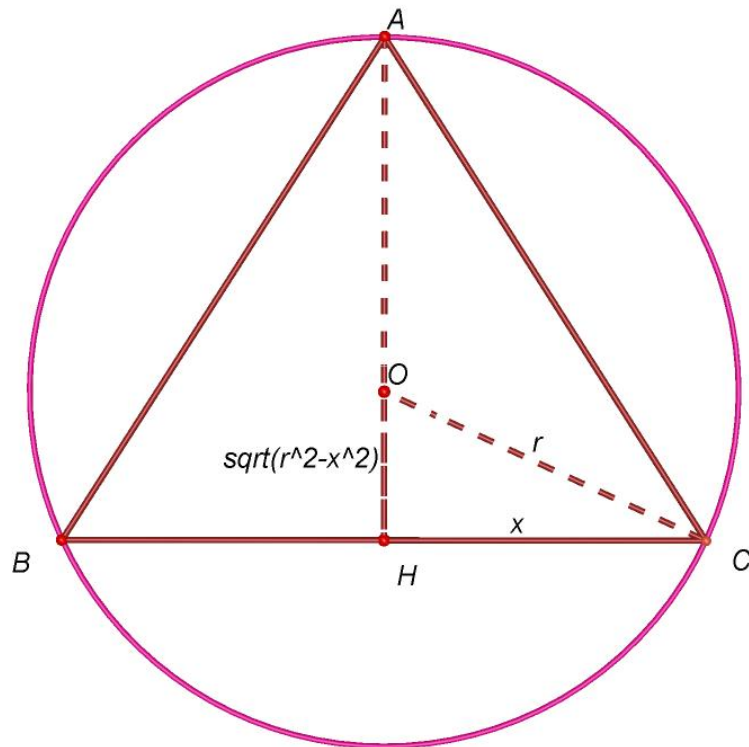
Su una semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ determinare un punto P tale che, detta H la sua proiezione su AB , si ottenga $AH + HP = k$

Con derivate risolviamo la parte matematica ed otteniamo diverse curve al variare del parametro k . Possiamo mettere in evidenza i valori limiti per cui il problema non ha soluzione ...



Problema 3

Data una circonferenza di raggio r , iscrivere in essa un triangolo isoscele in modo che la somma della sua base con l'altezza sia k .



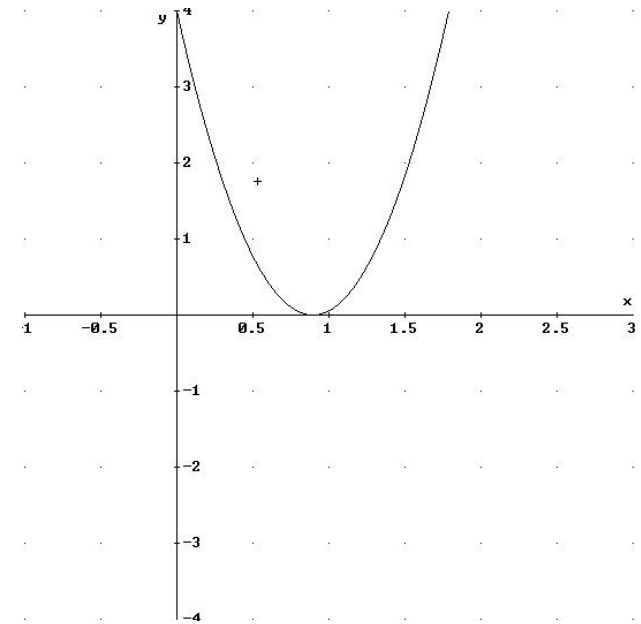
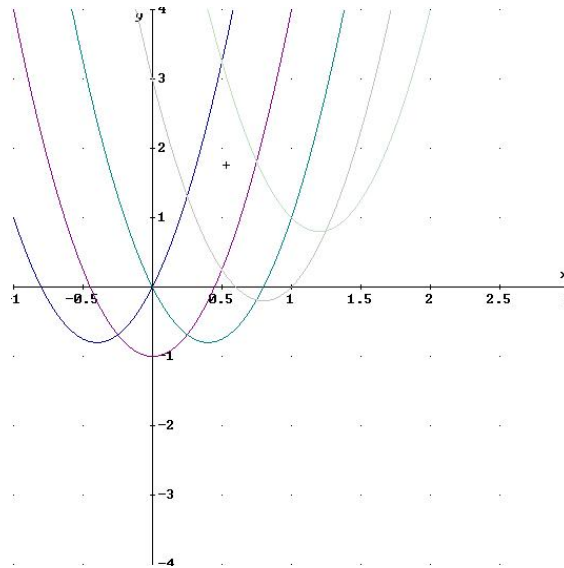
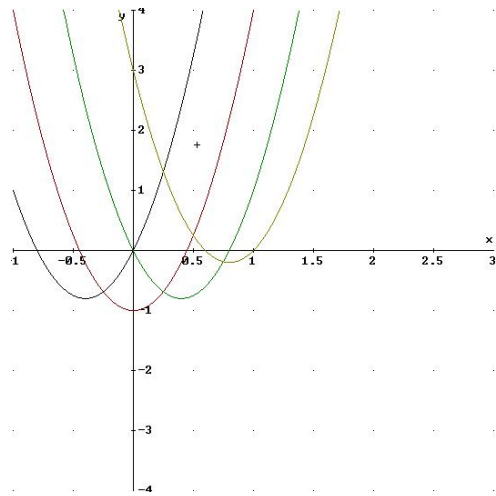
$$2x + r + \sqrt{r^2 - x^2} = k$$

$$0 \leq x \leq r$$

Problema 3

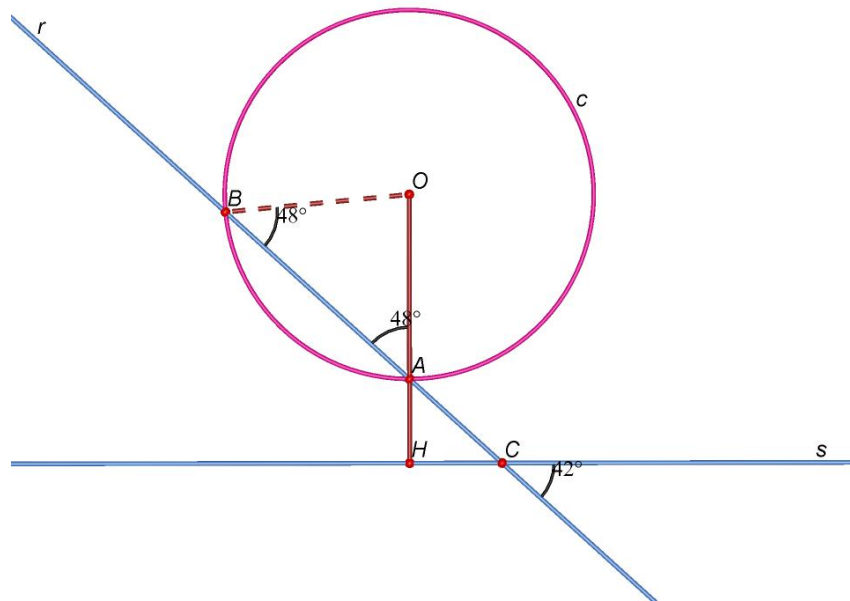
Data una circonferenza di raggio r , inscrivere in essa un triangolo isoscele in modo che la somma della sua base con l'altezza sia k .

Con derivate risolviamo la parte matematica ed otteniamo diverse curve al variare del parametro k . Possiamo mettere in evidenza i valori limiti per cui il problema non ha soluzione ...



Problema 4

In un piano sono date una circonferenza di centro O e raggio r ed una retta s che dista da O $\frac{3}{2}r$. Detto A il punto della circonferenza alla minima distanza da s , si conduca per A la retta, che incontri in C la s ed in B di nuovo la circonferenza, in modo che si abbia $AB^2 + AC^2 = k r^2$.



$$4r^2 \cos^2 \alpha + \frac{r^2}{4 \cos^2 \alpha} = kr^2$$

$$0 \leq \alpha < \pi/2$$

$$16x^2 - kx + 1 = 0$$

$$0 < x \leq 1$$

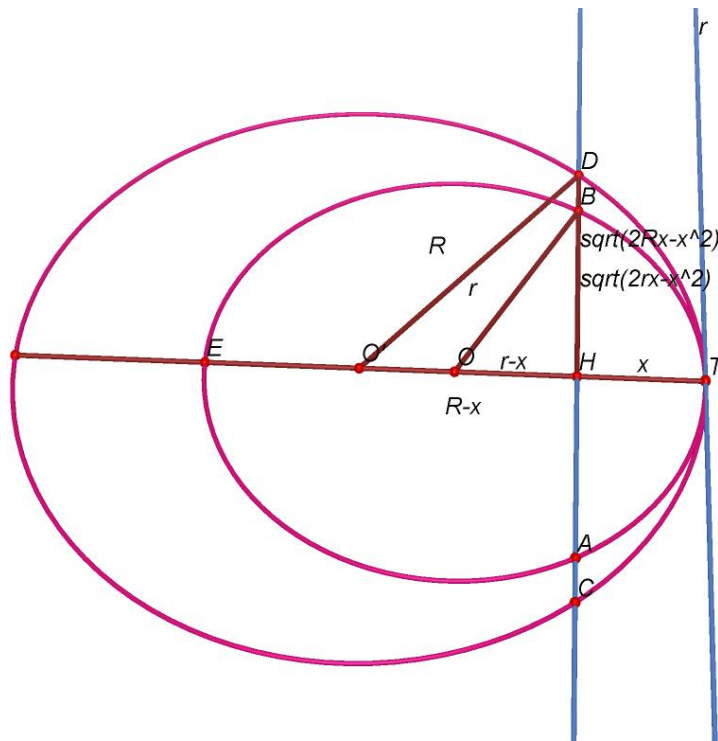
$$x = \cos^2 \alpha$$

Problema 4

In un piano sono date una circonferenza di centro O e raggio r ed una retta s che dista da O $\frac{3}{2}r$. Detto A il punto della circonferenza alla minima distanza da s , si conduca per A la retta, che incontri in C la s ed in B di nuovo la circonferenza, in modo che si abbia $AB^2 + AC^2 = k r^2$.

Problema 5

Un cerchio di raggio r è tangente internamente, in T , ad un altro cerchio di raggio R . Condurre, parallelamente alla tangente in T ai due cerchi, una secante comune, in modo che la somma dei quadrati delle corde da essa determinate nei due cerchi stessi, sia doppia del quadrato di lato $2k$.



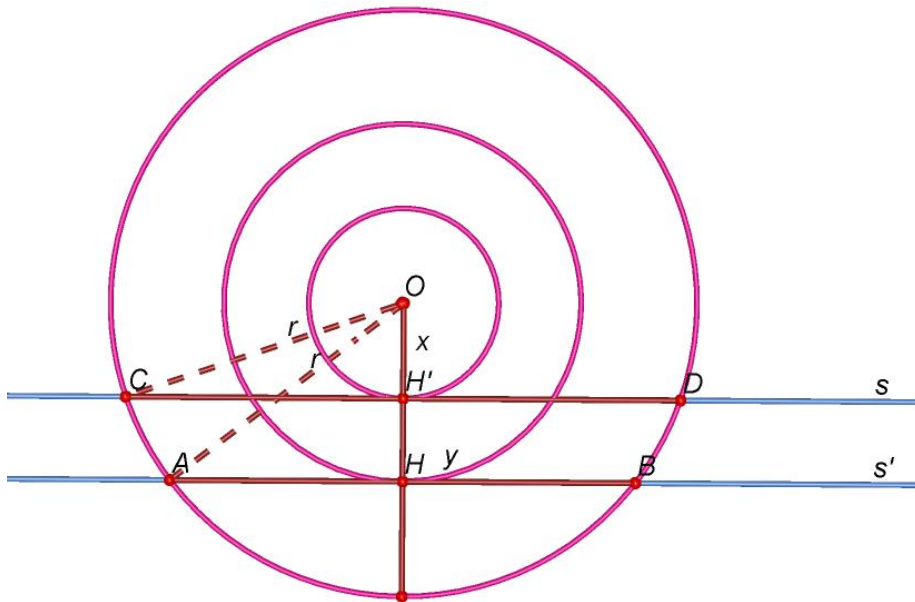
$$x^2 - (R + r)x + k^2 = 0$$
$$0 < x \leq 2r$$

Problema 5

Un cerchio di raggio r è tangente internamente, in T , ad un altro cerchio di raggio R . Condurre, parallelamente alla tangente in T ai due cerchi, una secante comune, in modo che la somma dei quadrati delle corde da essa determinate nei due cerchi stessi, sia doppia del quadrato di lato $2k$.

Problema 6

Data una circonferenza di raggio r , determinare i raggi x e y di due circonferenze concentriche alla data in modo che la somma di questi sia r e la somma dei quadrati delle corde della circonferenza data tangenti rispettivamente ai cerchi incogniti sia $4kr^2$.



$$x^2 - 2rx + (k - 1)r^2 = 0$$

$$0 < x \leq r$$

Problema 6

Data una circonferenza di raggio r , determinare i raggi x e y di due circonferenze concentriche alla data in modo che la somma di questi sia r e la somma dei quadrati delle corde della circonferenza data tangenti rispettivamente ai cerchi incogniti sia $4k r^2$.