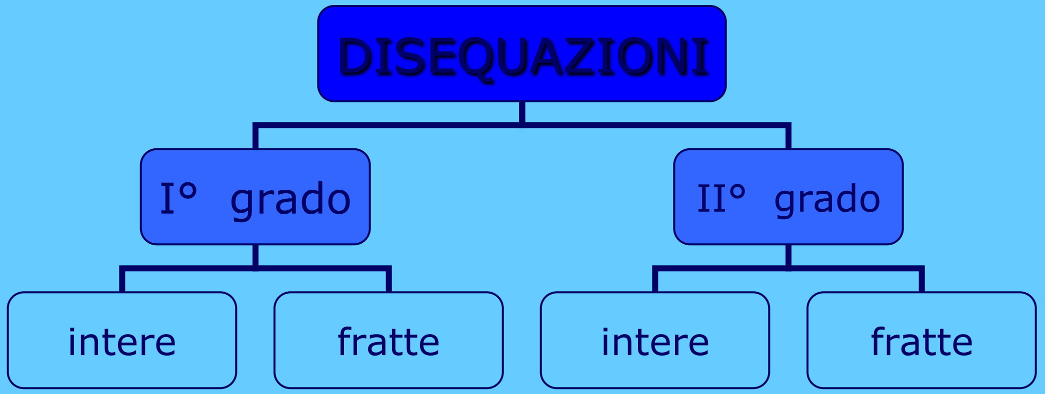
CONTENUTI della I° parte

In questa prima parte ci proponiamo un “ripasso” di argomenti sicuramente svolti nelle scuole superiori e quindi noti a tutti



Nota di Copyright

DISEQUAZIONI ALGEBRICHE generalità

Dicesi DISEQUAZIONE ALGEBRICA la scrittura che lega due polinomi nella stessa variabile mediante gli operatori $<, >, \leq, \geq$ e che è *verificata* da infiniti valori

RISOLVERE una disequazione: individuare l'insieme delle *soluzioni* che la verificano

NUMERICA	se le uniche lettere presenti sono le *incognite*
LETTERALE	se sono presenti *variabili letterali* oltre le incognite
RAZIONALE	se l'*incognita* è coinvolta solo in *somme, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni*
IRRAZIONALE	se l'incognita è coinvolta anche in *radici, logaritmi, esponenziali*
INTERA	se l'incognita non compare a *denominatore* in entrambe i *membri*
FRATTA	se l'incognita compare a *denominatore* anche in un solo *membro*
GRADO	di una disequazione è l'*esponente massimo* con cui compare l'incognita
EQUIVALENTI	sono due o più disequazioni i cui *insiemi di soluzioni* coincidano

Per ogni tipo di *disequazione* valgono i seguenti *principi:*

I° PRINCIPIO di EQUIVALENZA

Sommando o sottraendo ai due membri di una disequazione la *stessa quantità* si ottiene una disequazione *equivalente*

II° PRINCIPIO di EQUIVALENZA

Moltiplicando o dividendo i due membri di una disequazione per la *stessa quantità,* purché *positiva,* si ottiene una disequazione *equivalente,* se la quantità è *negativa* il verso della disequazione si *inverte*

DISEQUAZIONI ALGEBRICHE di I° grado

Si dice <u>DISEQUAZIONE ALGEBRICA intera di I° grado</u> *(lineare),* di incognita x nei Reali, la scrittura

$ax > b$ oppure **$ax < b$** con a,b Reali

"a" è detto *coefficiente* dell'incognita

"b" è detto *termine noto*

Possono verificarsi i seguenti casi:

$a > 0$
- $ax > b \Rightarrow x > b/a$
- $ax < b \Rightarrow x < b/a$

$a < 0$
- $ax > b \Rightarrow x < b/a$
- $ax < b \Rightarrow x > b/a$

$a = 0$ e $b \neq 0$
- $b > 0$
  - $ax > b$ non ha soluzioni
  - $ax < b$ per ogni x reale
- $b < 0$
  - $ax > b$ per ogni x reale
  - $ax < b$ non ha soluzioni

$a = 0$ e $b = 0$ → non esistono soluzioni

A. Ghiraldini

DISEQUAZIONI A. di I° grado FRATTE

Se la disequazione algebrica di I° grado è *fratta*, per poterla risolvere, deve essere ricondotta, mediante opportune operazioni, ad una unica frazione del tipo:

$f(x)/g(x)>0$; $f(x)/g(x)\geq 0$; $f(x)/g(x)<0$; $f(x)/g(x)\leq 0$

dove $f(x)$ e $g(x)$ sono polinomi di primo grado in x

Per *risolvere* questo tipo di disequazioni si può procedere in due modi:

- *Algebricamente*: risolvendo due sistemi di disequazioni razionali intere concordi o discordi
- *Graficamente:* ricorrendo alla rappresentazione grafica delle soluzioni del numeratore e del denominatore

DISEQUAZIONI A. di I° grado FRATTE

METODO GRAFICO

- Vengono rappresentati, su due rette sovrapposte (una per il numeratore, l’altra per il denominatore), gli *intervalli* in cui f(x) e g(x) risultano essere *positivi* e quelli in cui risultano essere *negativi*
- Mediante la *regola dei segni*, vengono individuati, su una terza retta sovrapposta, gli intervalli in cui f(x) e g(x) sono *concordi* e quelli in cui sono *discordi*
- Negli intervalli di “concordanza” di f(x) e g(x) la disequazione iniziale risulta *positiva*
- Negli intervalli di “discordanza” di f(x) e g(x) la disequazione iniziale risulta *negativa*

DISEQUAZIONI di I° GRADO

ESEMPI

$(3x-1)/2>5x+1/3$ $[3(3x-1)-2(15x+1)]/6>0$ $9x-3-30x-2>0$

$-21x-5>0$ $-21x>5$ $x<-5/21$

$7x-28+3x-5x\leq-15+7x$ $7x-28+3x-5x+15-7x\leq 0$ $-2x-13\leq 0$

$-2x\leq 13$ $x\geq -13/2$

$13x-4(x+1)<7(x-3)$ $13x-4x-4<7x-21$ $2x<-17$ $x<-17/2$

$(3x-7)/(4x+5)\geq 0$

il polinomio $3x-7\geq 0$ per $x\geq 7/3$

il polinomio $4x+5>0$ per $x>-5/4$

Graficamente --------------(-5/4)-----------[7/3]____________________

--------------(-5/4)__________(7/3)____________________

_____________(-5/4)-----------[7/3)____________________

La disequazione è verificata per $x < -5/4$ e $x > 7/3$

DISEQUAZIONI di I° GRADO

ESERCIZI PROPOSTI

$5(2x+7)-7\geq58$	$(x\geq3)$
$(x-1)/7-7<(x-23)/5-1-x/4$	$(x<8)$
$x(x-16)(x-11)\geq0$	$(0\leq x\leq11$ e $x\geq16)$
$(3x+7)/(2x-9)\geq0$	$(x\leq7/3$ e $x>9/2)$
$4(x+1)/(x+4)>4(x-1)/(x+1)$	$(x<-4$ e $-1<x<17/7)$
$2(3-x)+(x-2)(x-3)\geq(x+2)(x+3)$	$(x<1/2)$
$(x+1)/(x+3)+(3-x)/(x+5)\leq0$	$(x<-5$ e $-3<x\leq-7/3)$

DISEQUAZIONI ALGEBRICHE di II° grado

Si dice DISEQUAZIONE ALGEBRICA di II° grado intera , di incognita x nei Reali, la scrittura

$ax^2+bx+c > 0$ oppure **$ax^2+bx+c < 0$** con a,b,c Reali

Per risolvere la disequazione si passa all'equazione corrispondente di cui va calcolato il discriminante

L'*insieme delle soluzioni* della disequazione dipende dal *segno* del *discriminante* e dal *segno* del *coefficiente a*

		$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c<0$
$\Delta > 0$	$a > 0$	$x<x'$ $x>x''$	$x' < x < x''$
$\Delta > 0$	$a < 0$	$x' < x < x''$	$x<x'$ $x>x''$
$\Delta = 0$	$a > 0$	Ogni x reale $x \neq x' = x''$	Nessuna soluzione
$\Delta = 0$	$a < 0$	Nessuna soluzione	Ogni x reale $x \neq x' = x''$
$\Delta < 0$	$a > 0$	Ogni x reale	Nessuna soluzione
$\Delta < 0$	$a < 0$	Nessuna soluzione	Ogni x reale

DISEQUAZIONI A. di II° grado FRATTE

METODO GRAFICO

- La disequazione va trasformata opportunamente in un'*unica frazione*
- Vanno scomposti sia il numeratore che il denominatore, possibilmente fino ad ottenere fattori di primo grado
- Vengono rappresentati, su rette sovrapposte (una per ogni fattore ottenuto), gli *intervalli* in cui i fattori risultano essere *positivi* e quelli in cui risultano essere *negativi*
- Mediante la *regola dei segni*, vengono individuati, su una ulteriore retta sovrapposta, gli intervalli in cui i fattori sono *concordi* e quelli in cui sono *discordi*
- Gli *estremi* degli intervalli relativi al numeratore sono inclusi se la disequazione presenta il $\geq$
- Negli intervalli di “concordanza” di tutti i fattori la disequazione iniziale risulta *positiva*
- Negli intervalli di “discordanza” di tutti i fattori la disequazione iniziale risulta *negativa*

DISEQUAZIONI di II° GRADO

ESEMPI

$3x^2+3x-6>0$ il Δ dell'equazione corrispondente è >0
le due soluzioni reali sono $x'=-2$ $x''=1$
poiché *$a>0$* la disequazione è soddisfatta per *$x<-2$* e *$x>1$*

$x^2-4x+4>0$ il Δ dell'equazione corrispondente è =0
le due soluzioni reali coincidenti sono $x'=x''=2$
poiché *$a>0$* la disequazione è soddisfatta per *ogni x reale ≠2*

$x^2-x+3<0$ il Δ dell'equazione corrispondente è <0
l'equazione non ha soluzioni reali
poiché *$a>0$* la disequazione non è soddisfatta per *nessun x reale*

DISEQUAZIONI di II° GRADO

ESEMPI

$2x^2/(x-2)-3/(2-x)\leq 5x/(2-x)$ $(2x^2+5x+3)/(x-2) \leq 0$

il polinomio $2x^2+5x+3$ è positivo per $x<-3/2$ e per $x>-1$
si annulla per $x=-3/2$ e per $x=-1$

il polinomio $x-2$ è positivo per $x>2$

____________[-3/2]------------(-1]________________________________

--------------(-3/2)-------------(-1)------------------(2)_____________

\- - - - - - - - - - - - - -   + + + + + + + + +   - - - - - - - - - - - - - - - - - -   + + + + + + + + + + + +

Dalla tabella dei segni si deduce che la disequazione è soddisfatta per
$x\leq -3/2$ e $-1\leq x<2$

$(14x-7)/(2x^2-x-6)>0$

$14x-7>0$ per $x>1/2$ ------------------(1/2)__________________

$2x^2-x-6>0$ per $x<-3/2$ e $x>2$ _____(-3/2)----------------(2)__________

\- - - - - - - -   + + + + + +   - - - - - -   + + + + + + + + + + + +

Quindi la disequazione è sodd. per $-3/2<x<1/2$ e per $x>2$

DISEQUAZIONI di II° GRADO

ESERCIZI PROPOSTI

$x^2-3X>10$	$(x<-2)$
$(x-5)x+4x>2$	$(x<-1$ e $x>2)$
$(x+5)x\leq 2(x^2+2)$	$(x\leq 1$ e $x\geq 4)$
$x^2/3-3x<-6$	$(3<x<6)$
$1/(x-2)-1/(x-3)>1-3/(x^2-5x+6)$	$(1<x<2$ e $3<x<4)$
$(x-1)/2+6x/(x+1)>3$	$(-7<x<-1$ e $x>5/2)$
$(2x^2-3x+7)/(x^2+1)>3$	$(-4<x<1)$
$(x^2-2x-1)/(1-2x)>2/3$	$(x<-1$ e $½<x<5/3)$
$4x-x^2<5$	(ogni x reale)