LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO

CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE

Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA
Indirizzo: Scientifico IGCSE
Classe: VB_C
A.S.: 2020/2021

Gruppo B

La scelta deve essere tale che ogni proposta sia presa in esame da almeno uno studente.

PROPOSTA 1

Un condensatore è costituito da due armature piane di forma circolare di raggio R poste nel vuoto ad una distanza d. La differenza di potenziale generata ai campi delle armature è variabile nel tempo. Sia $V(t)$ tale funzione con la condizione che $V(0) = 0$. A causa di tale variabilità tra le armature si genera un campo magnetico anch'esso variabile nel tempo il cui modulo è dato da $B(t) = \frac{k\,t}{\sqrt{(t^2+a^2)^3}}r$ dove k e a sono parametri liberi, mentre r rappresenta la distanza del punto, in cui si misura il campo, dalla retta passante per i centri delle armature.

- Giustificare la presenza di un campo magnetico in una zona dove non vi è moto di cariche elettriche.
- Calcolare il flusso del campo elettrico attraverso una superficie parallela alle armature e inserita nell'intercapedine del condensatore.
- Ricavare l'andamento temporale di $V(t)$.
- Studiare la funzione $\frac{\epsilon_0\mu_0}{2dk}V(t)$ sull'intero suo dominio se t è una variabile reale realizzandone il grafico.
- Dopo un tempo $t \gg a$ il campo magnetico si annulla. Spiegare la motivazione fisica di tale risultato e collegarla al limite per $t \to \infty$ della funzione $V(t)$.
- L'integrale $\int_0^a V(t)dt$, una volta svolto con il metodo della sostituzione, risulta quasi immediato se si introducono le cosiddette funzioni iperboliche. Introdotte le funzioni iperboliche e le loro principali proprietà ricavare il valore dell'integrale.

PROPOSTA 2

Definisci in generale le funzioni periodiche ed analizza le funzioni del tipo

$$y = A\cos(kx) + B\sin(kx)$$

riconducendole allo studio di funzioni del tipo $f(x) = h\cos(kx+\alpha)$ oppure $g(x) = h\sin(kx+\alpha)$.

- Determina le espressioni di h ed α in termini di A e B.

Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

- Analizza il tema dell'invertibilità di queste funzioni, illustrando i tuoi ragionamenti con opportune rappresentazioni grafiche.

- Sfruttando i limiti notevoli, ricava la funzione derivata di $y = \sin(kx)$ e $y = \cos(kx)$ attraverso la definizione di derivata.

- Dato un cerchio di raggio R, considera un poligono regolare di n lati iscritto nel cerchio. Dimostra che è possibile scrivere l'area del poligono come $\frac{1}{2}nR^2 \sin\frac{2\pi}{n}$ in cui $\frac{2\pi}{n}$ è l'angolo al centro in radianti opposto a ciascun lato del poligono. Sfruttando un ben noto limite notevole, calcola $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}nR^2 \sin\frac{2\pi}{n}$.

- Rappresenta nel piano cartesiano l'equazione della semicirconferenza $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ e descrivi come, utilizzando il calcolo integrale, puoi determinare l'area e la circonferenza del cerchio di raggio R.

Utilizzando le funzioni trigonometriche precedentemente introdotte descrivere il moto elicoidale di una particella carica immersa in un campo magnetico costante soffermandoti anche come tali funzioni sono le soluzioni dell'equazione differenziale del moto connessa alla forza di Lorentz.

PROPOSTA 3

"...non tutti gli insiemi infiniti debbono considerarsi uguali l'un l'altro rispetto alla loro molteplicità, bensì che molti di essi sono più grandi (o più piccoli) di qualche altro, cioè includono in sé l'altro come una parte (oppure al contrario si trovano essi stessi nell'altro come una semplice parte). [...] certamente quelli che definiscono l'infinito come un qualche cosa che non è capace di ulteriore accrescimento devono trovare l'idea che un infinito sia più grande di un altro, non soltanto paradossale, ma addirittura contraddittoria."
B. Bolzano, I paradossi dell'infinito

Attraverso il concetto di limite studiato quest'anno hai potuto indagare meglio "l'infinitamente grande" e "l'infinitamente piccolo". In particolare, hai imparato a confrontare grandezze infinite ed infinitesime e studiare l'andamento delle funzioni "vicino" agli estremi del proprio dominio.

- Ricorrendo alla risoluzione di opportune forme indeterminate, chiarisci attraverso alcuni esempi cosa si intende con l'affermazione che "non tutti gli infiniti sono uguali".
- Illustra le varie interpretazioni grafiche dei limiti delle funzioni negli intorni di punti al finito e nell'intorno degli infiniti, specificando le varie tipologie di asintoti di una funzione.
- Descrivi un esempio a tua scelta di verifica di un limite attraverso la sua definizione.

Dopo aver descritto il potenziale elettrico generato da una carica puntiforme, analizza la seguente situazione problematica:

Due cariche puntiformi $q_1 = -15{,}0\ \text{nC}$ e $q_2 = +5{,}0\ \text{nC}$ sono poste sull'asse delle x, rispettivamente nell'origine e nel punto di ascissa $x = 0{,}10\ \text{m}$. Determina la funzione $V(x)$ che rappresenta il potenziale elettrico generato dal sistema delle due cariche in un generico punto $P(x, 0)$ dell'asse x.

Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

- Determina i punti A e B dell'asse x in cui il potenziale è nullo.
- Traccia un grafico probabile di $V(x)$.
- Spiega infine come determinare il lavoro necessario per portare una terza carica $q_3 = -q_2$ da un punto a distanza infinita fino al punto A o al punto B.