LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO
CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE
Liceo scientifico sportivo
Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

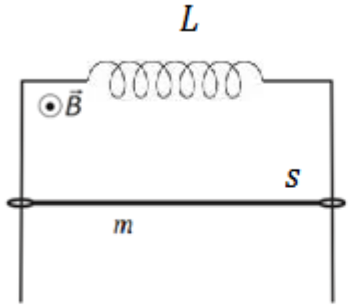
ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA
Indirizzo: Scientifico IGCSE
Classe: VB_C
A.S.: 2020/2021

Gruppo C

La scelta deve essere tale che ogni proposta sia presa in esame da almeno uno studente.

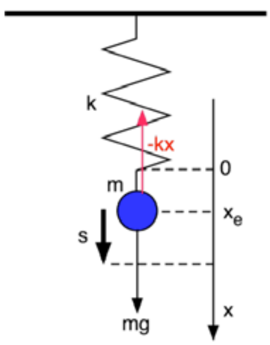
PROPOSTA 1



Una barretta conduttrice di lunghezza s e massa m, inizialmente ferma, viene lasciata cadere all'istante $t = 0$ in caduta verticale, con attrito trascurabile, lungo due guide metalliche verticali di resistenza trascurabile, collegate ad una induttanza L.

La barretta cade in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla barretta, il cui verso è riportato in figura.

- Spiega per quale motivo nel circuito comincia a circolare una corrente, specificando il suo verso e determinando la sua espressione algebrica $i(t)$ in funzione della velocità $v(t)$.
- Dopo aver rappresentato il diagramma delle forze, dal secondo principio della dinamica deduci l'equazione differenziale che descrive il moto della sbarretta. Classifica la tipologia di equazione differenziale dedotta.
- Ricava la soluzione dell'equazione differenziale ottenuta e dimostra che può essere scritta come $x(t) = \frac{g}{k^2}(1 - \cos(kt))$ dove g è l'accelerazione gravitazionale, mentre k è una costante che dipende dai vari parametri liberi introdotti.
- Determina l'espressione della velocità $v(t)$ e calcola il $\lim_{t\to 0}\frac{v(t)}{t}$, interpretando il risultato dal punto divista fisico ed evidenziando il nesso con il teorema di De L'Hopital.



Considera ora un corpo di massa m appeso ad una molla di costante elastica $k = \frac{B^2 s^2}{L}$ attaccata ad un soffitto. Determina l'accelerazione a in funzione dello spostamento x dalla posizione di equilibrio della molla.

- Dal punto di vista matematico, l'espressione dello spostamento della barretta in funzione del tempo $t > 0$ è del tipo $f(t) = A(1 - \cos(ht))$, con A e h costanti reali positive. Traccia il grafico della funzione in un suo intervallo di periodicità e deduci da esso il grafico della sua derivata.
- Determina un intervallo di massima ampiezza del tipo $[0, H]$ nel quale la funzione è invertibile e determina l'espressione della funzione inversa, nonché la sua derivata.

- Spiega per quale motivo $\lim_{t\to\infty} f(t)$ non esiste, mentre è possibile affermare che $\lim_{t\to\infty} \frac{f(t)}{t}$ converge.

PROPOSTA 2

Sia Oxy un sistema di riferimento cartesiano. Due cariche elettriche di uguale intensità e carica Q (supposta positiva e misurata in Coulomb) sono poste nei punti di coordinate $M = (-b, 0)$ e $N = (b, 0)$ con b quantità positiva misurata in metri. Una terza carica elettrica di intensità pari a $-q$ (dove q è supposta positiva e misurata in Coulomb) è vincolata a muoversi lungo l'asse y.

- Si calcoli la forza totale esercitata dalle due cariche positive sulla carica negativa quando questa si trova ad un'altezza y rispetto all'asse orizzontale.
- Supponendo di considerare piccoli spostamenti in verticale (in riferimento al valore di b) applicare lo sviluppo in serie di Taylor rispetto alla grandezza y/b e ottenere quindi un'equazione differenziale del tipo

$$y''(t) + a^2 y(t) = 0$$

  dove a è un parametro reale positivo. Una volta ricavata l'espressione di a in termini dei parametri liberi, ricavare la soluzione dell'equazione differenziale. Che tipo di moto descrive la carica elettrica $-q$?
- Sulla carica $-q$, oltre ad essere sottoposta alla forza di Coulomb del punto precedente, adesso agisce una forza periodica supplementare la cui funzione matematica è $F(t) = F_o \sin \omega_0 t$ dove F_0 e ω_0 sono rispettivamente la massima intensità e la pulsazione della forza. Determinare la soluzione particolare dell'equazione differenziale così ottenuta.
- Sia la funzione definita come segue

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + b^2)^{3/2}}$$

  della variabile reale x e b sia un parametro positivo. Verificare che tale funzione non è monotona nell'intervallo $[0, \infty[$ applicando il teorema di Rolle. Successivamente studiare la funzione tracciando il suo grafico.
- Svolgere l'integrale

$$g(x) = \int_0^x \frac{t}{(t^2 + b^2)^{3/2}} dt$$

  e chiarirne l'interpretazione geometrica e fisica. Realizzare il grafico di $g(x)$ calcolando le rette tangenti nei punti di flesso.

PROPOSTA 3

"*È più importante che un'equazione mostri una bellezza teorica piuttosto che una praticità diretta. Sembra che lavorare su un'equazione per il raggiungimento di una bellezza e di un'armonia porti a un sicuro progresso.*" Questa citazione, attribuita a Paul Dirac, ci fa riflettere sul fine della ricerca e della conoscenza, ma anche sull'importanza del concetto di equazione nelle scienze.

Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

Lo studio delle equazioni ha accompagnato il tuo percorso scolastico dall'inizio alla fine. Analizza il tema delle equazioni matematiche, sia relativamente alla loro risolubilità che alla loro rappresentazione grafica alla luce dei teoremi studiati e delle procedure apprese. In particolare, soffermati sulle equazioni differenziali studiate e mostra come, nell'analisi dei circuiti elettrici, esse scaturiscano dal Principio di conservazione dell'energia. Illustra con opportuni esempi alcuni circuiti in corrente continua.