LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO
CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE
Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

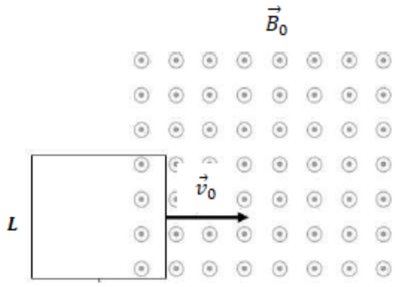
Tema di: MATEMATICA e FISICA
Indirizzo: Scientifico IGCSE
Classe: VB_C
A.S.: 2020/2021

Gruppo D

La scelta deve essere tale che ogni proposta sia presa in esame da almeno uno studente.

PROPOSTA 1

Sia xOy un sistema di riferimento cartesiano. Un circuito elettrico, privo di batteria a cui è associata una resistenza elettrica pari a R, di forma quadrata di lato L, di massa m, si muove con velocità costante $\vec{v}_0$ parallelamente all'asse x (verso positivo). Il circuito giunge in una zona $(x > 0)$ in cui è presente un campo magnetico uniforme ortogonale al piano xOy di intensità B_0 (misurato in tesla). Sia $t = 0$ s l'istante in cui il circuito inizia a penetrare nel campo magnetico.



- Spiegare per quale motivo nel circuito comincia a circolare una corrente, determinando l'espressione della corrente elettrica $i(t)$ (si supponga il circuito complanare al piano xOy).
- Dopo aver rappresentato il diagramma delle forze, applicando il secondo principio della dinamica, ricavare e quindi risolvere l'equazione differenziale che descrive il moto.
- Nota la funzione matematica velocità della spira determinare la legge oraria $x = x(t)$, sapendo che in $x(0) = 0$ e rappresenta qualitativamente il suo grafico.
- Calcola i seguenti limiti: $\lim_{t\to+\infty} x(t)$ e $\lim_{t\to 0} \frac{x(t)}{t}$, interpretando i risultati dal punto di vista fisico e del teorema di de L'Hopital.
- Il circuito penetra completamente nella zona in cui vi è il campo magnetico. Calcolare l'istante di tempo in cui questo avviene e dimostrare come la perdita di energia cinetica corrisponde all'energia dissipata per effetto Joule sulla resistenza elettrica.

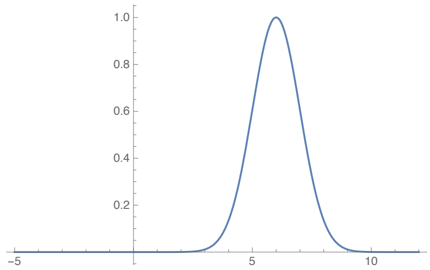
Successivamente la spira non trasla nella zona di campo magnetico ma ruota con velocità angolare costante ω intorno ad un asse che è perpendicolare alla direzione del campo.

- Calcolare la corrente elettrica indotta nella spira e la potenza istantanea prodotta dalla resistenza. Rispetto al caso precedente cosa vi è diverso fisicamente?
- Applicando il teorema della media stimare la potenza media dissipata durante la rotazione della spira.

Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

PROPOSTA 2

Durante l'urto di due corpi vi è lo scambio della quantità di moto attraverso l'impulso che la forza di contatto esercita per tutta la durata dell'intervallo di tempo in cui i corpi sono in contatto. L'impulso trasferito non dipende dall'intervallo di tempo ma la forza scambiata è tanto più intensa quanto più è piccolo l'intervallo di tempo. Un andamento temporale della forza può essere quello del grafico riportato in figura. Si intuisce quindi che i parametri necessari alla descrizione sono l'istante di tempo t_0 in cui si ha la massima intensità e la durata del contatto. L'impulso è definito come



$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt.$$

Per ragioni di simmetria è evidente che t_0 è il punto medio tra t_1 e t_2. Sia $2\,\sigma = \; t_2 - t_1$ l'ampiezza temporale del contatto.

- Costruire un modello matematico che possa rappresentare la funzione $F(t)$ parametrizzata da t_0, σ e dal valore I_0 dell'impulso, utilizzando la funzione versiera di Agnesi ($\propto \frac{1}{1+a\,t^2}$). Motivare in termine di crescenza e decrescenza, flessi, e punti di massimo la bontà di una tale rappresentazione matematica del fenomeno fisico. Realizzare il grafico di $F(t)$.
- Una seconda scelta può essere la funzione gaussiana ($\propto e^{-a\,t^2}$). Rianalizzare quanto fatto al punto precedente utilizzando la gaussiana, mostrando la particolarità di detta funzione per la quale è possibile calcolare l'integrale definito su tutto l'asse reale pur non ammettendo primitiva.
- Dimostrato che $I(a) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ e che è possibile sotto date condizione che $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2}dx = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{de^{-ax^2}}{da}dx = -\frac{d}{da}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2}\,dx = -\frac{dI(a)}{da}$ determinare l'integrale gaussiano $\int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-ax^2}dx$ con n numero naturale positivo.
- Calcolare l'integrale gaussiano $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2+b\,x}dx$ con b numero reale.
- Calcolare l'integrale gaussiano $\int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-ax^2+b\,x}dx$ con b numero reale ed n numero naturale positivo.
- Supponendo che $F(t)$ sia una densità di probabilità di una variabile aleatoria t, determinata la costante di normalizzazione, calcolare il valore medio e la deviazione standard.

Calcolare il campo elettrico generato all'interno di una sfera di raggio R e carica totale Q se la densità di carica è distribuita seguendo la funzione $\rho(r) = ce^{-\frac{r^2}{R^2}}$ con c costante da determinare e r distanza dal centro. Si è interessati al calcolo del campo elettrico prossimo al centro, quindi $r/R << 1$ autorizzandoti ad utilizzare lo sviluppo in serie di Taylor.

Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it
pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624

PROPOSTA 3

Il grafico di una funzione può essere dedotto dal grafico di una funzione assegnata, senza effettuare lo studio completo. Ad esempio, dato il grafico di $y = f(x)$ è possibile dedurre i grafici di

$$y = f'(x), y = \frac{1}{f(x)}, y = \ln f(x) \text{ e } y = e^{f(x)}.$$

- Illustra ed argomenta queste situazioni o altre che ritieni opportune, aiutandoti anche con esempi specifici.
- Illustra il legame tra i grafici del potenziale e dell'intensità del campo elettrico, ad esempio nel caso di campi generati da una carica puntiforme o all'interno di un condensatore carico.
- Dopo aver analizzato il processo di carica di un circuito RC e rappresentato la funzione $q(t)$ che esprime la carica sulle armature del condensatore, deduci il grafico della corrente $i(t)$.