



ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA

Indirizzo: Scientifico IGCSE

Classe: VB_C

A.S.: 2019/2020

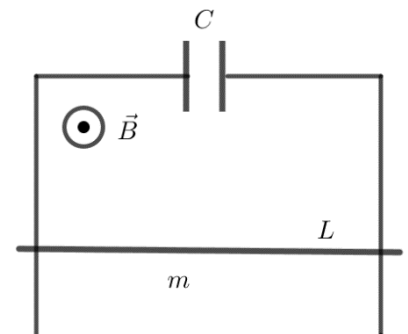
Gruppo A

Il candidato tratti a sua scelta uno dei tre temi proposti.

TEMA 1

Una barretta conduttrice di lunghezza L e massa m , inizialmente ferma, viene lasciata cadere all'istante $t = 0$ s in caduta verticale, con attrito trascurabile, lungo due guide metalliche verticali di resistenza trascurabile, collegate ad un condensatore di capacità C .

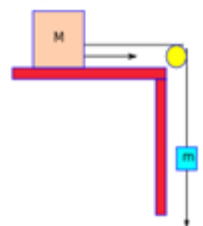
La barretta cade in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla barretta, il cui verso è riportato in figura.



- Spiega per quale motivo nel circuito comincia a circolare una corrente e determina l'espressione della carica $q(t)$ del condensatore inizialmente scarico, deducendo da essa l'espressione della corrente indotta $i(t)$.
- Dopo aver rappresentato il diagramma delle forze, applicando il secondo principio della dinamica, verifica che l'espressione dell'accelerazione della barretta è $a = \frac{m}{m+CL^2B^2}g$ e deduci il tipo di moto della barretta.

Dopo aver verificato che l'unità di misura del termine CL^2B^2 è il Kg, risolvi il seguente problema:

supponi di avere una massa M di valore pari a CL^2B^2 appoggiata su un pavimento orizzontale liscio e collegato mediante una fune ideale ed una carrucola ideale ad una massa appesa m pari a quella della barretta. Determina l'accelerazione a con cui si muove il sistema.



Dal punto di vista matematico l'espressione dell'accelerazione della barretta in funzione del campo magnetico è una funzione del tipo $f(x) = \frac{A}{1+kx^2}$, con A e k costanti positive. Traccia il grafico della funzione, dopo aver analizzato eventuali simmetrie, estremi relativi e flessi.

- Determina i valori di A e k per cui la funzione ammette $(0,2)$ come massimo assoluto e l'area compresa tra il grafico della funzione, l'asse y ed il semiasse positivo delle x è pari a $0,5$.
- Per questi valori di A e k , la funzione $f(x)$ può rappresentare la funzione di densità di probabilità di una variabile aleatoria continua?



- In caso affermativo, sapendo che il valore medio di una distribuzione continua su \mathbb{R} è dato dall'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$, verifica che da questo integrale improprio scaturisce una forma indeterminata.

TEMA 2

- Descrivi attraverso quali trasformazioni geometriche si ottiene il grafico di $f(x) = 3\sin\frac{1}{3}x$ a partire da quello della funzione elementare $y = \sin x$.
- Considera la restrizione della funzione $f(x)$ all'intervallo $[0,3\pi]$, spiegando perché su questo intervallo la funzione non risulta invertibile ed individuando, quindi, il massimo valore di A per il quale la funzione risulti invertibile nell'intervallo $[0, A]$.
- Detta R la regione piana delimitata da $f(x)$ e dall'intervallo $[0,3\pi]$, descrivi il significato geometrico dell'integrale definito $V = \pi \int_0^{3\pi} f(x)^2 dx$.
- Calcola un valore approssimato di V attraverso il metodo dei trapezi, suddividendo l'intervallo $[0,3\pi]$ in tre intervalli uguali.
- Alla luce del Teorema fondamentale del calcolo integrale, calcola il valore esatto dell'integrale definito V , verificando la bontà dell'approssimazione effettuata.

Si supponga che nel riferimento Oxy le lunghezze siano espresse in metri. Si considerino quattro cariche puntiformi q_1, q_2, q_3 e q_4 , tali che $q_1 = +3,0 \mu\text{C}$, $q_2 = q_3 = q_4$ e vincolate rispettivamente nei punti $P_1\left(5, \frac{3}{2}\right)$, $P_2\left(5, -\frac{3}{2}\right)$, $P_3\left(8, \frac{3}{2}\right)$ e $P_4\left(8, -\frac{3}{2}\right)$ del piano cartesiano.

- Descrivi il concetto di flusso del campo elettrico attraverso una superficie.
- Stabilisci come varia il flusso del campo elettrico attraverso la superficie S del solido ottenuto dalla rotazione di 360° della regione R attorno all'asse x , a seconda del valore della carica q_2 .
- Posto $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$, determina direzione e modulo della forza elettrica che agisce sulla carica q_1 in virtù della presenza delle altre tre cariche.
- Vuoi calcolare il lavoro compiuto dalla forza elettrica totale agente su q_1 per spostarla dal punto P_1 dove si trova fino al punto $\left(\frac{13}{2}, 0\right)$. Decidi di sfruttare il calcolo del potenziale generato dalle tre cariche $q_2 = q_3 = q_4$. Descrivi la procedura da seguire.

TEMA 3

“*Natura non facit saltus*”. Tale concetto, connesso ai fenomeni naturali che avvengono con gradualità, può essere trasferito allo studio delle funzioni in matematica e non in secondo ordine anche alle grandezze fisiche. Il candidato tracci, seguendo un suo personale percorso, lo studio delle proprietà di continuità delle funzioni e delle loro derivate, evidenziando i legami con il mondo della fisica, quali, per esempio, lo studio di campi elettrici e magnetici dentro e fuori dalla materia. I fenomeni naturali soddisfano la condizione di continuità, mentre lo stesso è vero anche per le derivate? Illustrare con opportuni esempi.