Liceo Scientifico G. Rummo
CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE
Liceo Scientifico sportivo
Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it

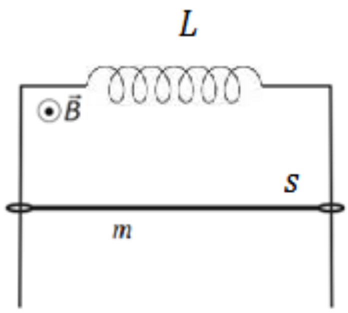
ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA
Indirizzo: Scientifico IGCSE
Classe: VB_C
A.S.: 2019/2020

Gruppo B

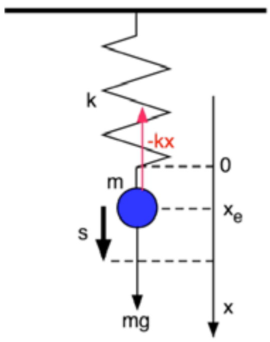
Il candidato tratti a sua scelta uno dei problemi proposti.

PROBLEMA 1



Una barretta conduttrice di lunghezza s e massa m, inizialmente ferma, viene lasciata cadere all'istante $t = 0$ s in caduta verticale, con attrito trascurabile, lungo due guide metalliche verticali di resistenza trascurabile, collegate ad una induttanza L. La barretta cade in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla barretta, il cui verso è riportato in figura.

- Spiega per quale motivo nel circuito comincia a circolare una corrente, specificando il suo verso e determinando la sua espressione algebrica $i(t)$ in funzione della velocità $v(t)$.
- Dopo aver rappresentato il diagramma delle forze, dal secondo principio della dinamica deduci l'equazione differenziale $\frac{d^2}{dt^2}x(t) = g - k^2x(t)$, soddisfatta dallo spostamento $x(t)$ della barretta, con k costante che dipende dai valori di B, L, m e s, di cui si chiede l'espressione, verificando che ha la stessa unità di misura di una pulsazione.
- Mostra che la funzione $x(t) = \frac{g}{k^2}(1 - \cos(kt))$ è soluzione dell'equazione differenziale.
- Determina l'espressione della velocità $v(t)$ e calcola il $\lim_{t\to 0}\frac{v(t)}{t}$, interpretando il risultato dal punto divista fisico.



Risolvi il seguente problema:
Un corpo di massa m è appeso ad una molla di costante elastica $k = \frac{B^2s^2}{L}$ attaccata ad un soffitto. Determina l'accelerazione a in funzione dello spostamento x dalla posizione di equilibrio della molla.

- Dal punto di vista matematico, l'espressione dello spostamento della barretta in funzione del tempo $t > 0$ è del tipo $f(t) = A(1 - \cos(ht))$, con A e h costanti reali positive. Traccia il grafico della funzione in un suo intervallo di periodicità e deduci da esso il grafico della sua derivata.

- Determina un intervallo di massima ampiezza del tipo $[0, H]$ nel quale la funzione è invertibile e determina l'espressione della funzione inversa, nonché la sua derivata.

- Spiega per quale motivo $\lim_{t\to\infty} f(t)$ non esiste, mentre è possibile affermare che $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t}$ converge.

LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO
CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE
Liceo scientifico sportivo
Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it

TEMA 2

Discuti il tema della continuità e della derivabilità delle funzioni reali di variabile reale, illustrando in particolare i vari casi di discontinuità di una funzione e della sua derivata.

- Verifica attraverso la definizione di limite che la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ è continua in $x = 2$.
- Verifica attraverso la definizione derivata la derivabilità di $f(x) = \frac{1}{x}$ in $x = 2$.
- Illustra gli esempi che ritieni più opportuni di funzioni con punti di discontinuità e con punti di non derivabilità. Mostra, in particolare, un esempio di funzione continua in un punto, che sia un punto angoloso oppure un caso cuspidale.

Considera nel vuoto una distribuzione sferica di carica elettrica, positiva e di raggio R, espresso in metri (m) e con densità volumica di carica ρ uniforme.

Posto nell'origine dello spazio cartesiano, le cui misure sono espresse in metri, il centro della sfera, indica con r la distanza di un punto P dal centro della sfera.

- Applicando opportunamente il teorema di Gauss sul flusso del campo elettrico, provare che l'intensità del campo elettrico generato da tale distribuzione di carica nel punto a distanza r dal centro della sfera è data da una funzione $E(r)$ definita a tratti, a seconda che $0 \leq r \leq R$ oppure $r > R$, di cui si chiede l'espressione in funzione di r e della densità di carica ρ.

- Provare che in un punto a distanza $r = R$, la funzione $E(r)$ ha un punto angoloso.

- Determinare, infine, l'espressione del lavoro compiuto dalla forza elettrica per portare una carica positiva q da una distanza infinita fino al centro della sfera.

TEMA 3

Il grafico di una funzione può essere dedotto dal grafico di una funzione assegnata, senza effettuare lo studio completo. Ad esempio, dato il grafico di $y = f(x)$ è possibile dedurre i grafici di

$$y = f'(x), y = \frac{1}{f(x)}, y = \ln f(x) \text{ e } y = e^{f(x)}.$$

- Illustra ed argomenta queste situazioni o altre che ritieni opportune, aiutandoti anche con esempi specifici.

- Illustra il legame tra i grafici del potenziale e dell'intensità del campo elettrico, ad esempio nel caso di campi generati da una carica puntiforme o all'interno di un condensatore carico.

- Dopo aver analizzato il processo di carica di un circuito RC e rappresentato la funzione $q(t)$ che esprime la carica sulle armature del condensatore, deduci il grafico della corrente $i(t)$.