Liceo Scientifico G. Rummo
CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE
Liceo scientifico sportivo
Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it

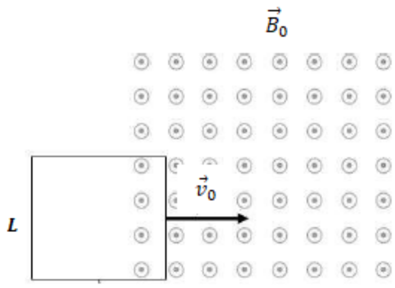
ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA
Indirizzo: Scientifico IGCSE
Classe: VB_C
A.S.: 2019/2020

Gruppo C

Il candidato tratti a sua scelta uno dei problemi proposti.

TEMA 1



Sia xOy un sistema di riferimento cartesiano. Un circuito elettrico, privo di batteria a cui è associata una resistenza elettrica pari a R, di forma quadrata di lato L, di massa m, si muove con velocità costante $\vec{v}_0$ parallelamente all'asse x (verso positivo). Il circuito giunge in una zona $(x > 0)$ in cui è presente un campo magnetico uniforme ortogonale al piano xOy di intensità B_0 (misurato in tesla). Sia $t = 0$ s l'istante in cui il circuito inizia a penetrare nel campo magnetico.

- Spiegare per quale motivo nel circuito comincia a circolare una corrente, determinando l'espressione della corrente elettrica $i(t)$ (si supponga il circuito complanare al piano xOy).

- Dopo aver rappresentato il diagramma delle forze, applicando il secondo principio della dinamica, verificare che $\frac{dv}{dt} = -\alpha v$ è l'equazione differenziale del moto.

- Determina l'espressione di α in termini di B_0, L, m e R, ricavando la sua unità di misura.

- Verificare, applicando il metodo della separazione delle variabili, che l'equazione differenziale individuata ha come soluzione
$$v(t) = v_0 e^{-\alpha t}$$

- Applicando la definizione di integrale definito determinare la legge oraria $x = x(t)$, sapendo che in $x(0) = 0$ e rappresenta qualitativamente il suo grafico.

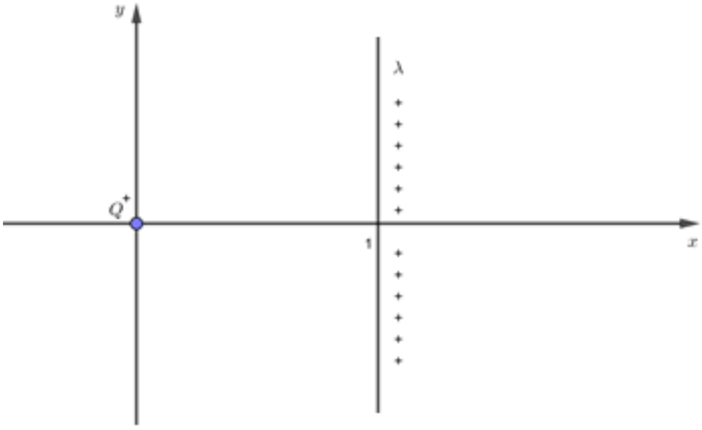
- Calcola i seguenti limiti: $\lim_{t\to+\infty} x(t)$ e $\lim_{t\to 0} \frac{x(t)}{t}$, interpretando i risultati dal punto di vista fisico.

- Impostando un'opportuna equazione esponenziale, determinare l'istante di tempo T in cui il circuito è completamente penetrato nel campo magnetico verificando che la grandezza $\frac{\alpha L}{v_0}$ è adimensionale.

- Calcolare la quantità di energia termica dissipata dalla resistenza nell'intervallo di tempo $[0, T]$.

LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO
CAMBRIDGE International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE
LICEO scientifico sportivo
Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO
0824.362718 – 0824.360947
mail:bnps010006@istruzione.it
sito: www.liceorummo.gov.it

TEMA 2



Nell'origine del piano cartesiano in figura, in cui le lunghezze sono espresse in metri, è presente nel vuoto una carica puntiforme positiva Q, mentre sulla retta $x = 1$ c'è un filo di lunghezza infinita e con carica positiva di densità uniforme λ, espressa in Coulomb al metro:

- Descrivi singolarmente il campo elettrico generato dalla carica Q e quello generato dal filo carico.
- Determina l'espressione $E(x)$ del campo elettrico risultante nei punti dell'asse delle ascisse, distinguendo i casi $x < 0$, $0 < x < 1$ e $x > 1$.
- Dimostra che solo per $0 < x < 1$ esiste un punto dell'asse x in cui il campo risultante è nullo e verifica che il valore dell'ascissa è $\frac{-Q+\sqrt{Q^2+8\lambda Q}}{4\lambda}$. Se in questo punto si pone una carica negativa in quiete, stabilire se lungo l'asse x è in equilibrio stabile o meno.
- Calcola la differenza di potenziale tra i punti (2,0) e (3,0).

Le funzioni $E(x)$ determinate sono casi particolari di funzioni razionali fratte del tipo $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x^2(1-x)}$, per opportune scelte delle costanti a, b, c.

Nel caso in cui il numeratore sia un trinomio con delta negativo e con $a, b, c > 0$, determina gli asintoti di $f(x)$ e rappresenta un grafico probabile della funzione.
Posto $a = 0, b = 0$ e $c = 1$, risulta $f(x) = g(x) \cdot h(x)$, con $g(x) = \frac{1}{x^2}$ e $h(x) = \frac{1}{1-x}$:

- Determina la funzione derivata di $h(x)$ applicando la definizione di derivata.
- Verifica attraverso la definizione di limite che $\lim_{x\to\infty} g(x) = 0$.
- Decomponi $f(x)$ nella somma $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{1-x}$ per opportune costanti A, B e C. A cosa potrebbe servirti tale decomposizione?

TEMA 3

L'operazione matematica nota come derivata nasce come esigenza del calcolo delle rette tangenti alle curve e dei tassi istantanei. Tuttavia la sua applicazione sia in matematica che in fisica riveste un ruolo importante che va al di là del solo calcolo. Il candidato tracci, seguendo un suo personale percorso, un parallelo tra il concetto astratto in matematica e sue applicazioni, e quello connesso alla fisica.