



ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA

Indirizzo: Scientifico IGCSE

Classe: VB_C

A.S.: 2019/2020

Gruppo D

Il candidato tratti a sua scelta uno dei problemi proposti.

TEMA 1

Sia Oxy un sistema di riferimento cartesiano. Due cariche elettriche di uguale intensità e carica Q (supposta positiva e misurata in Coulomb) sono poste nei punti di coordinate $M = (-b, 0)$ e $N = (b, 0)$ con b quantità positiva misurata in metri. Una terza carica elettrica di intensità pari a $-q$ (dove q è supposta positiva e misurata in Coulomb) è vincolata a muoversi lungo l'asse y .

- Si calcoli la forza totale esercitata dalle due cariche positive sulla carica negativa quando questa si trova ad un'altezza y rispetto all'asse orizzontale.
- Alla carica negativa è associata una massa pari a m (misurata in chilogrammi). Scrivere l'equazione di Newton per il moto della particella, ricavando l'espressione dell'accelerazione in funzione della quota y . Descrivere quindi qualitativamente quale dovrebbe essere il moto nel caso in cui la particella sia libera di potersi muovere lungo l'asse verticale. Si suppongano fisse le due cariche positive.
- Constatato che, nell'ipotesi che y sia nettamente più piccolo di b , l'espressione $\frac{y}{(y^2+b^2)^{3/2}}$ è in

buona approssimazione uguale a $\frac{y}{b^3}$, riscrivere l'equazione di Newton individuata al punto precedente mostrando che la sua struttura matematica è compatibile con l'equazione differenziale di un oscillatore armonico di equazione

$$y''(t) + a^2 y(t) = 0$$

dove il parametro reale positivo a soddisfa la condizione $a = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 m b^3}}$. Verificare che la soluzione è $y(t) = y_0 \cos(at)$, dove y_0 rappresenta la posizione iniziale dove è stata posta la particella.

Sia

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + b^2)^{3/2}}$$

una funzione reale della variabile reale x e b sia un parametro positivo. Verificare che la funzione $f(y)$ non è monotona nell'intervallo $[0, +\infty[$ e tracciare un grafico qualitativo.

- Svolgere l'integrale

$$g(x) = \int_0^x \frac{t}{(t^2 + b^2)^{3/2}} dt$$

e chiarirne l'interpretazione geometrica, valutando $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

- Volendo estendere il grafico della funzione anche all'intervallo $(-\infty, 0)$, è necessario ristudiare la funzione?



- E' possibile giungere al grafico senza calcoli? Infine si stimi la grandezza $g(-b) + g(b)$.

TEMA 2

Considera la funzione reale parametrica $f_k(x) = \sin^2(kx)$, con k parametro reale maggiore di 1 e variabile x reale. Per studiare più agevolmente questo tipo di funzioni, ritieni opportuno sfruttare le formule di duplicazione del coseno per trasformare $f_k(x)$ in una funzione lineare in coseno del tipo $g_k(x) = A + B \cos(2kx)$. Dopo aver determinato i numeri A e B deduci dall'analisi di $g_k(x)$ il periodo T di $f_k(x)$.

- Illustra quali tipi di trasformazioni geometriche devi eseguire sul grafico della funzione elementare $y = \cos x$ per ottenere il grafico di $g_k(x)$.
- Disegna il grafico di $f_\pi(x)$ nel suo intervallo di periodicità $[0, T]$.
- Calcola il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'_k(x)}{x}$, descrivendo il tipo di limite notevole utilizzato e da quale teorema esso derivi.
- Indica con S il trapezoide di base $[0, T]$ determinato da $f_\pi(x)$ e calcolane l'area.

Il contorno di S del trapezoide rappresenta una spira di resistenza R , che risulta attraversata perpendicolarmente da un campo magnetico di intensità variabile descritta dalla funzione $B(t) = B_0(A + \cos(\omega t))$. Se A e ωt sono numeri puri, quale dovrà essere l'unità di misura di B_0 ?

- Determina i valori di A e ω , sapendo che $B(0) = 3B_0$ e $B(1) = \frac{5}{2}B_0$.
- Spiega per quale legge fisica nella spira circolerà una corrente elettrica e, dalla sua applicazione, determinane l'espressione algebrica.
- Illustra la relazione che intercorre tra la corrente ed il campo magnetico.
- Scelto per ω il primo valore positivo trovato sopra, spiegando cosa potrebbe rappresentare dal punto di vista fisico, e posto $k = \frac{B_0 S}{R}$, determina la potenza media dissipata per effetto Joule nella spira durante i primi 6 secondi in funzione della costante k .

TEMA 3

“È più importante che un'equazione mostri una bellezza teorica piuttosto che una praticità diretta. Sembra che lavorare su un'equazione per il raggiungimento di una bellezza e di un'armonia porti a un sicuro progresso.” Questa citazione, attribuita a Paul Dirac, ci fa riflettere sul fine della ricerca e della conoscenza, ma anche sull'importanza del concetto di equazione nelle scienze.

Lo studio delle equazioni ha accompagnato il tuo percorso scolastico dall'inizio alla fine. Analizza il tema delle equazioni matematiche, sia relativamente alla loro risolubilità che alla loro rappresentazione grafica alla luce dei teoremi studiati e delle procedure apprese. In particolare, soffermati sulle equazioni



LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO

 **CAMBRIDGE**
International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE



Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO

☎ 0824.362718 – 📠 0824.360947

✉ [mail:bnps010006@istruzione.it](mailto:bnps010006@istruzione.it)

🌐 sito: www.liceorummo.gov.it

✉ pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624



differenziali studiate e mostra come, nell'analisi dei circuiti elettrici, esse scaturiscano dal Principio di conservazione dell'energia. Illustra con opportuni esempi alcuni circuiti in corrente continua.