



ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA e FISICA

Indirizzo: Scientifico IGCSE

Classe: VB_C

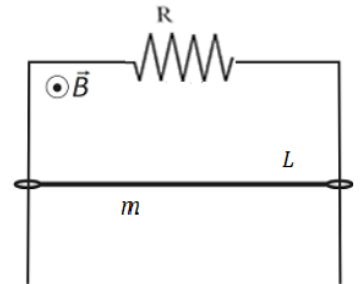
A.S.: 2019/2020

Gruppo E

Il candidato tratti a sua scelta uno dei problemi proposti.

TEMA 1

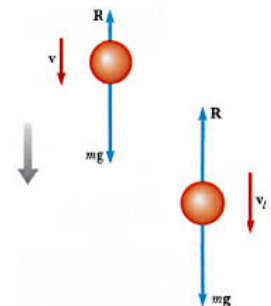
Una barretta conduttrice di lunghezza L e massa m , inizialmente ferma, viene lasciata cadere all'istante $t = 0$ s in caduta verticale, con attrito trascurabile, lungo due guide metalliche verticali di resistenza trascurabile, collegate ad una resistenza R . La barretta cade in una regione dello spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, perpendicolare alla barretta, il cui verso è riportato in figura.



- Spiega per quale motivo nel circuito comincia a circolare una corrente, specificando il suo verso e determinando la sua espressione algebrica $i(t)$ in funzione della velocità $v(t)$.
- Dopo aver rappresentato il diagramma delle forze, dal secondo principio della dinamica deduci l'equazione differenziale $\frac{d}{dt}v(t) = g - Hv(t)$, soddisfatta dalla velocità $v(t)$ della barretta, con H costante che dipende dai valori di B, L, m e R , di cui si chiede l'espressione e l'unità di misura.
- Mostra che la funzione $v(t) = \frac{g}{H}(1 - e^{-Ht})$ è soluzione dell'equazione differenziale e determina il valore v_l a cui tende la velocità $v(t)$ al passare del tempo, chiamato velocità limite.
- Calcola il $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{v(t)}{t}$, interpretando il risultato dal punto di vista fisico.

Risolvi il seguente problema:

Un corpo di massa m cade da fermo in un fluido viscoso, che esercita sulla massa una forza resistente R proporzionale alla velocità v di caduta, secondo un coefficiente di proporzionalità b pari a mH . Determina l'accelerazione a con cui cade il corpo (trascurando la spinta di Archimede) e verifica che la velocità limite coincide con quella determinata per la barretta nel campo magnetico. Nel caso in cui si volesse considerare anche la spinta di Archimede, come cambierebbe qualitativamente la tua analisi del fenomeno?



- Dal punto di vista matematico, l'espressione della velocità della barretta in funzione del tempo $t \geq 0$ è del tipo $f(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{A}})$, con A costante reale. Traccia il grafico della funzione e deduci da esso il grafico della sua derivata.
- Determina il valore di A per il quale l'area compresa tra l'asintoto orizzontale, l'asse delle y ed il grafico di $f(t)$ vale 4.



- Impostando e risolvendo un'opportuna equazione differenziale a variabili separabili, mostra infine che se una funzione $y = f(x)$ coincide con la propria derivata $y' = f'(x)$, allora deve necessariamente essere una funzione di tipo esponenziale.

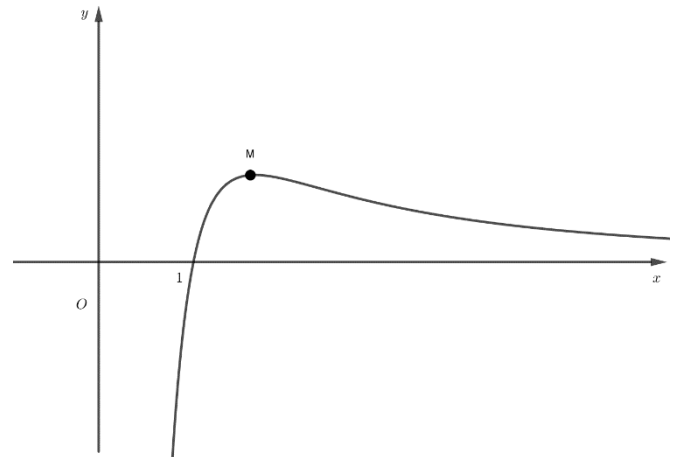
TEMA 2

Nel diagramma è rappresentato il grafico della funzione $f(x) = \frac{\ln(kx)}{x^2}$, dove k è una costante positiva.

Descrivi le diverse nature dei punti stazionari di una funzione e illustra almeno due modi alternativi per determinare i massimi ed i minimi relativi di una funzione due volte derivabile.

Determina il valore di k per il quale l'ascissa di M è pari a \sqrt{e} .

Per questo valore di k :



- determina l'area della regione piana R individuata dalla funzione e dalle rette $x = 1$ e $x = 4$, illustrando il metodo di integrazione seguito.
- Deduci inoltre dal grafico in figura quello della funzione derivata $f'(x)$.
- Dimostra che l'espressione algebrica della derivata di $y = \ln|x|$ è uguale a quella di $y = \ln x$. È possibile affermare che le due derivate siano la stessa funzione?

Si supponga che nel riferimento Oxy le lunghezze siano espresse in metri. Si considerino tre fili conduttori rettilinei di ugual lunghezza, disposti nel vuoto perpendicolarmente al piano xy e passanti per i punti di coordinate $P_1\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{8}\right)$, $P_2\left(2, \frac{1}{8}\right)$, $P_3\left(3, \frac{1}{8}\right)$. I tre fili sono percorsi dalle correnti i_1 , i_2 e i_3 , con i_2 di intensità 3,0 A e nel verso entrante nel piano (\otimes) e i_3 di intensità uguale alla terza parte di quella di i_1 .

- Stabilire come varia la circuitazione del campo magnetico generato dalle correnti lungo il contorno della regione piana R , a seconda del verso e delle intensità delle correnti.
- Supponendo di poter avvicinare o allontanare il filo posto in P_1 al filo posto in P_2 , stabilire a quale distanza da P_2 bisogna portare il filo in P_1 e quali versi devono avere le correnti i_1 e i_3 , affinché la forza magnetica totale esercitata sul filo in P_2 sia nulla.

TEMA 3

L'operazione matematica nota come integrale nasce come esigenza del calcolo della superficie di parti di piano il cui contorno non è una poligonale chiusa. Tuttavia, la sua applicazione, sia in matematica che in fisica, riveste un ruolo importante, che va al di là del solo calcolo geometrico. Il candidato tracci,



LICEO SCIENTIFICO G. RUMMO

 **CAMBRIDGE**
International Examinations
Cambridge International School
Liceo Scientifico ad opzione IGCSE



Via S. Colomba, 52 – BENEVENTO

☎ 0824.362718 – 📠 0824.360947

✉ [mail:bnps010006@istruzione.it](mailto:bnps010006@istruzione.it)

🌐 sito: www.liceorummo.gov.it

✉ pec: bnps010006@pec.istruzione.it CF:80002060624



seguendo un suo personale percorso, un parallelo tra il concetto astratto in matematica, con le sue applicazioni, e quello connesso alla fisica.