

---

**PON 2007 – 2013**  
**Liceo Scientifico *Leonardo da Vinci***  
**Vallo della Lucania**  
**Nuovi percorsi matematici:**  
**Osservare, descrivere, costruire.**

---

**Matlab - 2: Lavorare con le matrici**

Arturo Stabile  
Vallo della Lucania  
26 Settembre 2008

---

# Vettori e matrici in Matlab

- Matlab è la contrazione di **MAT**rix **LAB**oratory
- Il tipo di dato di base in Matlab è la matrice (più generalmente un insieme multi-dimensionale)
  - Uno scalare è una matrice  $1 \times 1$
  - Un vettore è una matrice  $1 \times n$

---

# Lavorare con le matrici

- È possibile
  - Definire, modificare, visualizzare matrici
- Esistono
  - Funzioni ed operazioni definite su matrici

---

# Creazione di matrici

- Per inserire una matrice si utilizza l'operatore `[ ]` (parentesi quadre)
- Le matrici vengono inserite per riga
  - Gli elementi di una riga sono separati da virgola (,) o spazio
  - Righe successive sono separate da punto e virgola (;)

# Esempi

```
>> a=[1 2; 3 4]
a =
     1     2
     3     4
```

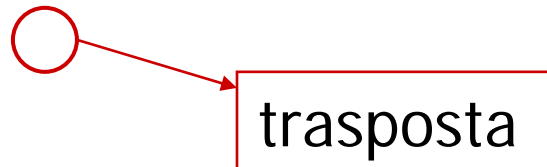
## Ricordare che:

- ◆ Matlab automaticamente stampa l'output di ogni comando
- ◆ Per eliminare questa risposta è necessario terminare il comando con un ;

- Non c'è nessun bisogno di dimensionare la matrice; Matlab infatti attribuisce automaticamente la memoria richiesta

# Vettori

- I vettori sono matrici ad una dimensione (1 riga ed un numero variabile di colonne)
- Vettore riga
  - `riga = [1 2 3 4]`
  - `colonna = [1; 2; 3; 4]`
  - `b = riga'`;



---

# Generazione automatica – 1

- In Matlab è possibile generare automaticamente delle matrici con caratteristiche particolari
- Matrice di zeri
  - `zeros(NumRighe, NumColonne)`
- Matrice di uno
  - `ones(NumRighe, NumColonne)`

# Generazione automatica – 2

## ■ Matrice identità

□ `eye(Dimensione)`

□ `eye(NumRighe, NumColonne)`

- Crea una matrice contenente una matrice identità grande  $\min\{\text{NumRighe}, \text{NumColonne}\}$ , tutti gli altri elementi sono posti a 0

```
>> eye(2)
```

```
ans =
```

```
1 0
```

```
0 1
```

```
>> eye(2,3)
```

```
ans =
```

```
1 0 0
```

```
0 1 0
```

```
>> eye(3,2)
```

```
ans =
```

```
1 0
```

```
0 1
```

```
0 0
```



---

# Generazione automatica – 3

- Matrice vuota
  - $x = []$
- Matrice casuale
  - `rand(NumRighe, NumColonne)`
  - numeri scelti tra 0 ed 1
- Se si omette `NumColonne`, la matrice creata sarà quadrata

---

# Operazioni su matrici – 1

- Trasposta
  - $A'$
- Dimensione
  - `size(A)`
- Numero righe
  - `size(A,1)`
- Numero colonne
  - `size(A,2)`

---

# Operazioni su matrici – 2

- **Diagonale**
  - `diag(A)`
- **Inversa**
  - `inv(A)`
- **Determinante**
  - `det(A)`
- **Autovalori**
  - `eig(A)`

# Esempi

```
a=rand(3,3)
```

```
a =
```

```
    0.3529    0.1389    0.6038  
    0.8132    0.2028    0.2722  
    0.0099    0.1987    0.1988
```

```
>> diag(a)
```

```
ans =
```

```
    0.3529  
    0.2028  
    0.1988
```

```
>> det(a)
```

```
ans =
```

```
    0.0694
```

```
>> inv(a)
```

```
ans =
```

```
   -0.1985    1.3307   -1.2190  
   -2.2902    0.9248    5.6892  
    2.2990   -0.9904   -0.5963
```

```
>> eig(a)
```

```
ans =
```

```
    0.8417  
   -0.0436 + 0.2839i  
   -0.0436 - 0.2839i
```

# Operazioni tra matrici

- Le matrici devono avere dimensioni *compatibili*, vengono applicate le regole dell'algebra lineare
  - \*            prodotto
  - \            divisione sinistra
    - Se A è una matrice quadrata,  $A \setminus B = \text{inv}(A) * B$
  - /            divisione destra
    - $A / B = (B \setminus A)'$

# Esempio moltiplicazione

```
>> a=rand(2,3)
```

```
a =
```

```
0.6813 0.8318 0.7095
```

```
0.3795 0.5028 0.4289
```

```
>> b=rand(3,2)
```

```
b =
```

```
0.3046 0.6822
```

```
0.1897 0.3028
```

```
0.1934 0.5417
```

```
>> c=a*b
```

```
c =
```

```
0.5025 1.1009
```

```
0.2939 0.6434
```

---

# Divisione sinistra

- Se  $A$  è una matrice  $n \times n$  e  $B$  è un vettore colonna con  $n$  componenti (oppure una matrice composta da vari vettori colonna con  $n$  componenti), allora  $X = A \setminus B$  è la soluzione dell'equazione  $A \cdot X = B$  calcolata con il metodo di eliminazione di Gauss

# Esempio

```
>> a=rand(3,3)
a =
    0.1509    0.8600    0.4966
    0.6979    0.8537    0.8998
    0.3784    0.5936    0.8216
```

```
>>
b=rand(3,1)
b =
    0.3420
    0.2897
    0.3412
```

```
>> c=a\b
c =
   -0.4413
    0.2024
    0.4723
```



## Operazioni componente per componente

- Operazioni elemento per elemento, le matrici devono avere le stesse dimensioni, oppure un operando deve essere uno scalare
  - + somma
  - - sottrazione
  - ./ divisione
  - .\* prodotto
  - .^ potenza
- Per gli scalari si può omettere il punto (.)

# Esempio di .\* e .^

```
>> a=2*ones(2,3)
```

```
a =
```

```
2 2 2
```

```
2 2 2
```

```
>> b=3*ones(2,3)
```

```
b =
```

```
3 3 3
```

```
3 3 3
```

```
>> c=a.*b
```

```
c =
```

```
6 6 6
```

```
6 6 6
```

```
>> d=a.^b
```

```
d =
```

```
8 8 8
```

```
8 8 8
```

# Esercizi – 1

## ■ Date le matrici

$$A \begin{bmatrix} -7 & 16 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 12 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C \begin{bmatrix} -3 & -9 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

Utilizzare Matlab per

- Calcolare  $A+B+C$ ,  $A-B+C$ ,  $A*B+C$
- Verificare la proprietà associativa
  - $(A+B)+C = A+(B+C)$

## Esercizi – 2

- Date le matrici

$$A \begin{bmatrix} 64 & 32 \\ 24 & -16 \end{bmatrix}$$

$$B \begin{bmatrix} 16 & -4 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

Utilizzare Matlab per

- Calcolare il prodotto di A per B elemento per elemento
- Calcolare il risultato di A diviso B applicando la divisione destra elemento per elemento
- Elevare al cubo gli elementi di B

---

## Esercizi – 3

- Creare due matrici A e B con 5 righe e 7 colonne contenenti elementi casuali
- Memorizzare in 5 variabili distinte il risultato dell'applicazione dei seguenti operatori
  - +            somma
  - -            sottrazione
  - ./           divisione
  - .\*           prodotto
  - .^          potenza

---

# Operatore :

- È utilizzato per creare vettori o per selezionare parti di matrici
- L'operatore `:` è utilizzato per individuare un ciclo con incremento unitario
  - `inizio: fine` (inizio < fine)
- Esiste anche la forma con un incremento non unitario e non intero
  - `inizio: incremento: fine`

# Esempi

```
>> a=[1:4]
```

```
a =
```

```
1 2 3 4
```

```
>> c=[1:2:10]
```

```
c =
```

```
1 3 5 7 9
```

```
>> d=[1:0.3:1.6]
```

```
d =
```

```
1.0000 1.3000 1.6000
```

```
>> 3:-1:1
```

```
ans =
```

```
3 2 1
```

```
0:pi/4:pi
```

```
ans =
```

```
0 0.7854 1.5708 2.3562 3.1416
```

# Matrici generate con l'operatore :

- Si possono creare facilmente matrici con particolari caratteristiche sfruttando l'operatore :

```
>> a=[1:4;4 5 6 5; 4:7]
```

```
a =
```

1	2	3	4
4	5	6	5
4	5	6	7

```
>> b=[0:pi/4:pi;5:-1:1;1:0.25:2]
```

```
b =
```

0	0.7854	1.5708	2.3562	3.1416
5.0000	4.0000	3.0000	2.0000	1.0000
1.0000	1.2500	1.5000	1.7500	2.0000



---

# Esercizi – 1

- Generare una matrice di due righe e cinque colonne
  - La prima riga contiene i primi 5 numeri pari
  - La seconda contiene i primi 5 numeri dispari
- Generare una matrice 3X7
  - Prima riga: Numeri da 7 ad 1
  - Seconda riga: Numeri da 8 a 14
  - Terza riga: Numeri da 1 a 3 e da 3 a 0

---

## Esercizi – 2

- Creare un vettore con elementi che partono da  $\cos(0)$  fino a  $\log_{10}(100)$  intervallati di 0.02
  - Quanti elementi contiene il vettore?
- Creare un vettore con elementi che partono da  $\sin(-\pi/2)$  fino a  $\cos(0)$  intervallati di 0.05

---

# Concatenazione di matrici

- Una matrice può essere composta tramite concatenazione da più matrici, basta che le dimensioni siano compatibili
- È sufficiente indicare come elemento di una matrice un'altra matrice
  - $A = [C \ D; \ E]$

# Esempi

```
c=zeros(1,3);  
d=[3:5];  
e=[7:-1:2];  
a=[c d; e];
```

```
>> a  
a =  
    0    0    0    3    4    5  
    7    6    5    4    3    2
```

```
>> a=[zeros(2,2) ones(2,2) rand(2,2)]  
a =  
    0    0    1.0000    1.0000    0.9501    0.6068  
    0    0    1.0000    1.0000    0.2311    0.4860
```

---

# Esercizi

- Generare un vettore di 10 numeri interi scelti a caso nell'intervallo [1,10]
- Utilizzare Matlab per creare la tabellina del 4 (non createla *a mano* ...)
- Utilizzare Matlab per creare la Tavola Pitagorica

---

# Selezionare elementi – 1

- Per selezionare l'elemento della matrice  $A$  alla riga  $r$  colonna  $c$  è sufficiente scrivere  $A(r,c)$
- Per selezionare la riga  $r$ 
  - $A(r,:)$
- Per selezionare la colonna  $c$ 
  - $A(:,c)$

---

# Selezionare elementi – 2

- Per selezionare una sottomatrice
  - $A(r_1:r_2, c_1:c_2)$ 
    - Righe da  $r_1$  a  $r_2$  – colonne da  $c_1$  a  $c_2$
  - $A([r_1 \ r_2 \ \dots \ r_f], [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_g])$ 
    - Righe  $r_1, r_2, \dots, r_f$  – colonne  $c_1, c_2, \dots, c_g$

---

## Selezionare elementi – 3

- Per selezionare una sottocolonna
  - $A(r_1:r_2,c)$
  - $A([r_1 r_2 \dots r_f],c)$
- Per selezionare una sottoriga
  - $A(r,c_1:c_2)$
  - $A(r,[c_1 c_2 \dots c_g])$
- La parola chiave **end** indica la fine della riga/colonna



# Esempi

```
>> a=rand(3,4)
a =
    0.4660    0.5252    0.8381    0.3795
    0.4186    0.2026    0.0196    0.8318
    0.8462    0.6721    0.6813    0.5028

>> a(1,:)
ans =
    0.4660    0.5252    0.8381    0.3795
```

```
>> a(:,3)
ans =
    0.8381
    0.0196
    0.6813
```

```
>> a(2:3,3:4)
ans =
    0.0196    0.8318
    0.6813    0.5028
```

---

# Cancellare righe o colonne

- Per cancellare la riga  $r$  si usa
  - $A(r,:) = []$
- Per cancellare la colonna  $c$  si usa
  - $A(:,c) = []$
- Per cancellare gruppi di righe si usa
  - $A([r_1 r_2 \dots r_k],:) = []$
- Per cancellare gruppi di colonne si usa
  - $A(:,[c_1 c_2 \dots c_k]) = []$

---

# Funzioni su matrici

- Tutte le funzioni matematiche di base (round, ceil, floor, sin, cos,...) possono essere applicate direttamente a tutti gli elementi di una matrice o di un vettore
  - $\sin(X)$ ,  $\text{floor}(X)$ , ...
- In realtà, qualsiasi funzione che ha come argomento un numero può essere applicata direttamente ad una matrice

# Esempio

```
>> a=rand(1,4)
a =
    0.9501    0.2311    0.6068    0.4860
```

```
>> sin(a)
ans =
    0.8135    0.2291    0.5703    0.4671
```

```
>> round(a)
ans =
     1     0     1     0
```

---

# Esercizi – 1

- Supponendo che  $x$  assuma i valori 1, 1.2, 1.4, ..., 5, utilizzare Matlab per calcolare il vettore  $Y$  derivante dalla funzione  $y=7\sin(4x)$ . Quanti elementi conterrà il vettore  $Y$ ?
- Generare una matrice  $4 \times 7$   $A$  di numeri casuali. Ricavare da  $A$  una matrice  $B$  costituita dagli elementi delle colonne pari e delle righe dispari di  $A$

---

## Esercizio – 2

- Utilizzare Matlab per creare una tabella in cui nella prima riga ci sono gli elementi da 1 a 10; nella seconda gli stessi elementi elevati al quadrato; nella terza, le potenze di due degli elementi della prima riga

---

## Esercizio – 3

- Creare una matrice casuale  $A$   $4 \times 4$ 
  - Creare una matrice  $B$   $4 \times 3$  formata da tutti gli elementi compresi tra la seconda e quarta colonna di  $A$
  - Creare una matrice  $C$   $3 \times 4$  formata da tutti gli elementi compresi tra la seconda e quarta riga di  $A$
  - Creare una matrice  $D$   $2 \times 3$  formata da tutti gli elementi delle prime due righe e delle ultime tre colonne di  $A$

---

## Esercizio – 4

- Generare una matrice casuale 4x3 e la matrice  $B = \ln(A)$ 
  - Moltiplicare la seconda colonna di B per la prima colonna di A
  - Calcolare il valore massimo del vettore risultante dalla moltiplicazione elemento per elemento della seconda colonna di B per la prima colonna di A
  - Calcolare la somma della divisione, elemento per elemento, della prima riga di A per i primi tre elementi della prima colonna di B