PON 2007 – 2013
Liceo Scientifico *Leonardo da Vinci*
Vallo della Lucania
Nuovi percorsi matematici:
Osservare, descrivere, costruire.

Matlab - 4: I polinomi

Arturo Stabile
Vallo della Lucania
26 Settembre 2008

Rappresentazione polinomi

- Matlab rappresenta i polinomi come vettori riga contenenti i coefficienti del polinomio ordinati per potenze decrescenti
- Il polinomio $5x^3+4x^2-6x+1$ è rappresentato come [5 4 –6 1]
- Se manca un termine si mette zero nel vettore
  - $-6x^3+4x$ è rappresentato come [-6 0 4 0]

Operazioni tra polinomi

- Somma di polinomi
  - Si usa l'operatore +
  - I vettori che rappresentano i polinomi devono avere la stessa dimensione

- Prodotto di polinomi
  - Si usa la funzione conv
  - Non è necessario che i vettori che rappresentano i polinomi abbiano la stessa dimensione

Esempio

```
>> a=[1 2 3 4];
>> b =[0 2 3 4];
>> conv(a,b)
ans =
    0     2     7    16    25    24    16
```

```
>> x=rand(1,3);
>> y=rand(1,3);
>> z=conv(x,y)
z =
    0.1595    0.5469    0.7735    0.7733    0.4676
```

Divisione di polinomi

- Per dividere due polinomi si usa la funzione deconv
  - [Q,R] = deconv(A,B)
  - Q è il quoziente
  - R il resto

```
>> a=[1 2 3 4];
>> b =[0 2 3 4];
>> c=conv(a,b);
>> deconv(c,a)
ans =
     0     2     3     4
```

Esempio

```
>> e=[3 2];
>> deconv(c,e)
ans =
        0    0.6667    1.8889    4.0741    5.6173    4.2551
>> [q,r] = deconv(c,e)
q =
        0    0.6667    1.8889    4.0741    5.6173    4.2551
r =
        0         0    0.0000         0    0.0000         0    7.4897
```

Esercizi

- Utilizzando Matlab, si eseguano le seguenti operazioni tra polinomi
  - $(x^3+5x^2+3)*(x^2+1)$
  - $(x^5+4x^2)+(x^2+10x+4)$
  - $(x^3+5x^2+3)/(x^2+10x+4)$
  - $(x^6-3x^3+2x)/x$
  - $(x^6 -x^3+5x^2-7)*(x^3+1)/(x^2-1)$

Altre funzioni – 1

- Se il vettore P rappresenta un polinomio, allora roots(P) restituisce un vettore colonna contenente le radici del "polinomio" P

```
>> a=[1 2 3 4];
>> roots(a)
ans =
  -1.6506
  -0.1747 + 1.5469i
  -0.1747 - 1.5469i
```

```
>> b=[1 0 -4];
>> roots(b)
ans =
    2.0000
   -2.0000
```

Altre funzioni – 2

- Se R è un vettore che rappresentano le radici di un polinomio, allora poly(R) restituisce un polinomio che ha come radici gli elementi di R

```
>> r=[3 4 -5];
>> p=poly(r)
p =
     1    -2   -23    60
```

```
>> roots(p)
ans =
   -5.0000
    4.0000
    3.0000
```

Esempio

- $p(x) = x^3 - 2x - 5$

```
>> p = [1 0 -2 -5];
>> r = roots(p)
r =
   2.0946
  -1.0473 + 1.1359i
  -1.0473 - 1.1359i
```

```
>> p2 = poly(r)
p2 =
    1.0000         0   -2.0000   -5.0000
```

Polinomio caratteristico

- Se A è una matrice quadrata è sufficiente invocare poly(A) per calcolare il polinomio caratteristico* di A

```
>> A = [1.2 3 -0.9; 5 1.75 6; 9 0 1];
>> poly(A)
ans =
   1.0000   -3.9500   -1.8500 -163.2750
```

* det(xI-A)

Altre funzioni – 3

- Per valutare un polinomio P in un punto x si usa la funzione polyval
  - polyval(P,x)
  - Se x è un vettore, allora P viene valutato in tutti i punti di x

```
>> P=[4 -5 6 1];
>> polyval(P,3)
ans =
   82
```

```
>> x=[3 4];
>> polyval(P,x)
ans =
   82   201
```

Esercizi

- Trovare le radici dei polinomi
  - $x^3 + 6x^2 - 11x + 290$
  - $13x^3 + 182x^2 - 184x + 2503$
  - $36x^5 + 12x^3 - 84x + 53$

  Verificare poi la soluzione con la funzione poly e con la funzione polyval
- Trovare il polinomio le cui radici sono
  - $3 \pm 4i, -7, 19, 9$

  Verificare poi la soluzione con Matlab

Differenziazione di polinomi

- Si usa la funzione polyder, che restituisce un vettore rappresentate la derivata del polinomio
  - polyder(a)

```
>> a=[1 2 3 4];
>> b=polyder(a)
b =
     3     4     3
```

Intergrazione di polinomi

- Si usa la funzione polyint, che restituisce un vettore rappresentate l'integrale del polinomio
  - polyint(a,K)
    - Restituisce l'integrale di a con costante di integrazione K
  - polyint(a)
    - Restituisce l'integrale di a con K=0

```
>> polyint(b)

ans =

     1     2     3     0
```

Interpolazione

- Se X ed Y sono due vettori aventi la stessa lunghezza, allora polyfit(X,Y,N) restituisce il polinomio P di grado N tale che P(X(i)) ~ Y(i)

```
>> x=[2 4 3 1];

>> y=[7 6 4 1];

>> p=polyfit(x,y,3)

p =

   2.3333  -18.5000   45.1667  -28.0000
```

```
>> polyval(p,4)

ans =

    6.0000

>> polyval(p,5)

ans =

   27.0000
```

Esercizi – 1

- Creare un polinomio P di grado 6 con soli tre coefficienti non nulli
  - Calcolare da derivata D di P
  - Calcolare l'integrale I_1 di P con K=3
  - Calcolare l'integrale I_2 di P con K=0
  - Calcolare l'integrale I_3 di D con K= -6
  - Verificare se i coefficienti dei termini di grado maggiore di 0 di I_3 e P coincidono

Esercizi – 2

- Creare due vettori A e B con 10 elementi interi scelti a caso tra 0 e 25
  - Se A contiene elementi duplicati, modificatelo in modo che contenga solo elementi diversi
- Calcolare il polinomio P di grado 7 che interpola A e B (P(A(i)) ~ B(i))
- Valutare P in tutti i punti di A
  - Verificare se il risultato coincide con B
  - Ripetere l'esercizio nel caso P abbia grado 9

Esercizi – 3

- Creare un vettore X con le caratteristiche:
  - Punto iniziale $-\pi$
  - Punto finale π
  - Punti successivi distanziati di 0.2
- Creare un vettore Y contenete i valori sin(x) con $x \in X$
- Calcolare il polinomio P tale che P(X(i)) ~ Y(i)
  - Quando P è di grado 3
  - Quando P è di grado 5
  - Quando P è di grado 7

Esercizi – 4

- Risolvere l'equazione $x^3-29x^2+72x-36=0$
- Determinare un polinomio le cui radici siano 2, -1, 3, 0, 1
- Determinare il polinomio di terzo grado che approssima la funzione $y=e^x$ nell'intervallo [0,0.5] (considerare 20 punti linearmente intervallati)