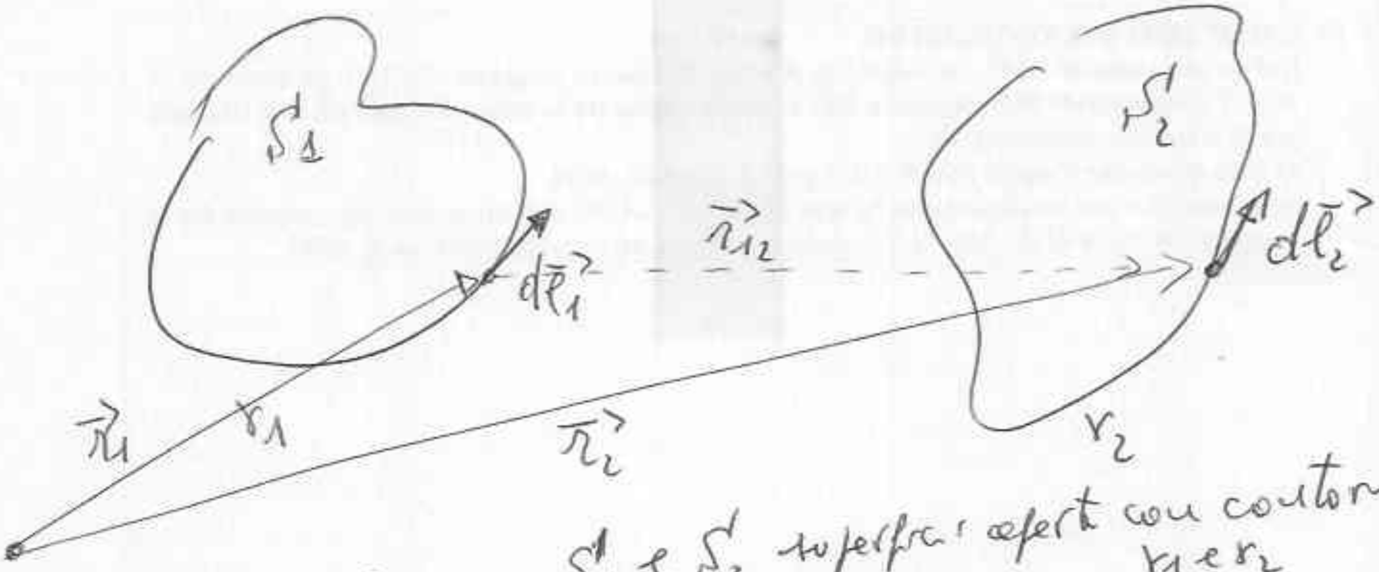
MUTUA INDUZIONE ①



$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$; S'_1 e S'_2 superfici aperte con contorno γ_1 e γ_2

$$\Phi_{S'_2}(\vec{B}_1) = \int_{S'_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}'_2 = \int_{S'_2} (\vec{\nabla} \times \vec{A}_1) \cdot d\vec{S}'_2 =$$

TEOREMA DI STOKES
$$= \oint_{\gamma_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{l}_2 = \oint_{\gamma_2} \vec{A}_1(\vec{r}_2) \cdot d\vec{l}_2$$

$\vec{A}_1$ è il potenziale vettore definito da $\underline{\underline{\vec{B}_1 = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}_1}}$

$\vec{A}$ è espresso in termini di corrente come

$$\vec{A}_1(\vec{r}) = \frac{\mu I_1}{4\pi} \oint_{\gamma_1} \frac{d\vec{l}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} \quad (*)$$

Quindi

$$\Phi_{S'_2}(\vec{B}_1) = \oint_{\gamma_2} \left(\frac{\mu I_1}{4\pi} \oint_{\gamma_1} \frac{d\vec{l}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \right) \cdot d\vec{l}_2 =$$

$$= \frac{\mu I_1}{4\pi} \oint_{\gamma_2} \oint_{\gamma_1} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = M_{21} I_1$$

Nell'altro caso avremo

$$\Phi_{S_1}(\vec{B}_2) = \frac{\mu I_2}{4\pi}\oint_{\gamma_1}\oint_{\gamma_2}\frac{d\vec{l}_2\cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|} = M_{12} I_2$$

Invertendo i due integrali curvilinei $\oint_{\gamma_1}\oint_{\gamma_2} = \oint_{\gamma_2}\oint_{\gamma_1}$ e dato che $|\vec{r}_1-\vec{r}_2| = |\vec{r}_2-\vec{r}_1|$

Abbiamo $M_{21} = M_{12}$. c.v.d.

Il potenziale vettore $\vec{A}$ (definito come $\vec{\nabla}\wedge\vec{A} = \vec{B}$) deve soddisfare l'equazione di Maxwell $\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\vec{J}$. Quindi

$$\vec{\nabla}\wedge(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}) = \mu_0\vec{J}$$

$$-\nabla^2\vec{A} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) = \mu_0\vec{J}$$

In magnetostatica $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$, quindi

$$\nabla^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J}$$

la cui soluzione è la (*)

N.B. ($\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ ma dato che $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ si ottiene $\nabla^2\phi = -\rho/\varepsilon_0$ (equazione di Laplace) la cui soluzione è $\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x'\frac{\rho(x')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}$)

La soluzione per ϕ è simile a (*) -