

**Università degli Studi del Sannio**  
**Programma del Corso di Geometria e Algebra - a.a. 2019/2020**  
**C.d.L. Ingegneria Civile (86102)**  
**C.d.L. Ingegneria Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni (86203)**  
**Arturo Stabile**  
*arturo.stabile@unisannio.it - www.arturostabile.com*

**Geometria analitica:** Piano cartesiano e sue proprietà generali. Studio dei luoghi geometrici: retta, circonferenza, ellisse, iperbole, parabola. Condizioni di tangenza ed intersezione tra le varie curve. Fasci di luoghi geometrici. Interpretazione dei punti detti fuoco dei luoghi geometrici.

**Trigonometria:** Costruzione della trigonometria partendo dal teorema di Pitagora. Deduzione delle principali proprietà delle funzioni trigonometriche: seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante. Funzioni inverse: arcoseno, arcocoseno, arcotangente. Formule di addizione, sottrazione, bisezione, duplicazione, prostaferei, Werner, parametriche. Cenni di trigonometria iperbolica: coseno iperbolico, seno iperbolico, tangente iperbolica e loro funzioni inverse. Identità di Eulero e reinterpretazione della trigonometria in chiave complessa.

**Vettori:** Concetto di vettore nel piano e nello spazio tridimensionale. Principio degli spostamenti virtuali di Galilei per l'interpretazione della somma vettoriale. Operazione sui vettori: somma e differenza tra vettori, prodotto di un vettore per uno scalare. Modulo ed inclinazione di un vettore. Versore. Disuguaglianza triangolare. Condizione di parallelismo ed ortogonalità tra vettori. Prodotti di due vettori: prodotto scalare e vettoriale. Proprietà generali dei prodotti e loro dimostrazione. Identità di Lagrange. Dimostrazione del teorema di Carnot. Delta di Kronecker e simbolo di Levi-Civita. Prodotti misti tra vettori. Sistemi di coordinate cartesiane, sferico-polari e cilindriche. Passaggio tra vari sistemi di coordinate. Componenti cartesiane, sferico-polari e cilindriche di un generico vettore. Costruzione di superfici e volumi in coordinate sferico-polari e cilindriche.

**Spazi vettoriali:** Concetto di spazio vettoriale in  $\mathbf{R}^n$ : proprietà degli spazi vettoriali. Operazioni tra vettori in  $n$  dimensioni: somma e differenza tra vettori, prodotto di un vettore per uno scalare. Prodotto scalare in  $n$  dimensioni. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Vettori linearmente dipendenti e linearmente indipendenti. Base di uno spazio vettoriale. Componenti di un vettore. Processo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Base ortonormale in  $\mathbf{R}^n$ . Base canonica di  $\mathbf{R}^n$ . Teorema di Steinitz. Cambiamento di base.

**Matrici e determinanti:** Concetto di matrice. Matrice rettangolare, quadrata, triangolare e diagonale. Operazioni sulle matrici: somma e differenza tra matrici, prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto scalare tra matrici. Prodotto riga per colonna tra matrici. Non commutatività del prodotto riga per colonna. Trasposta di una matrice. Matrice simmetrica ed antisimmetrica. Matrice unità. Matrice inversa. Matrice ortogonale. Introduzione del vettore riga e vettore colonna. Prodotto riga per colonna tra matrici, vettori riga e vettori colonna. Calcolo della matrice inversa. Matrice cofattore. Condizione di esistenza della matrice inversa: il determinante di una matrice. Calcolo del determinante per una matrice generica. Proprietà dei determinanti. Minori di una matrice e complemento algebrico. Dipendenza ed indipendenza lineare di vettori riga e/o vettori colonna. Rango di una matrice. Operazioni elementari sulle matrici. Matrice di rotazione nel piano: deduzione geometrica e sue proprietà.

**Sistemi lineari:** Definizione di un sistema lineare di  $m$  equazioni in  $n$  incognite: sistema lineare completo ed omogeneo. Sistema lineare compatibile e incompatibile. Numero di soluzione di un sistema lineare: nessuna, unica, infinite. Dimostrazione della regola di Cramer per la soluzione di un sistema lineare di  $n$  equazioni in  $n$  incognite. Teorema di Rouché-Capelli. Discussione di un sistema lineare parametrico.

**Autovalori e autovettori:** Definizione di autovalore ed autovettore di una matrice: equazione agli autovalori per una matrice. Autovalori ed autovettori per la matrice inversa e trasposta. Autovalori di una matrice ortogonale. Interpretazione geometrica dell'autovettore associato ad una matrice. Condizione di esistenza degli autovettori. Polinomio caratteristico. Traccia di una matrice. Relazione tra gli autovalori di una matrice e le grandezze determinante e traccia. Calcolo degli autovettori. Molteplicità algebrica degli autovalori. Molteplicità geometrica degli autovettori. Condizione di indipendenza lineare degli autovettori. Proprietà geometrica degli autovettori di una matrice simmetrica. Condizione di diagonalizzazione di una matrice: esistenza di una matrice invertibile. Rappresentazione diagonale di una matrice. Cambiamento di base.

**Coniche:** Riscrittura dell'equazioni algebriche in chiave matriciale. Introduzione della forma quadratica. Studio degli autovalori e degli autovettori delle matrici rappresentanti le equazioni algebriche. Passaggio dall'equazione algebrica dei luoghi geometrici dedotta in situazioni particolari all'espressione più generale utilizzando nel piano cartesiano una trasformazione di roto-traslazione. Scrittura dell'equazione più generale: la conica. Classificazione dei luoghi geometrici rappresentati dalla conica.

- **Prerequisiti** – Non avere debiti formativi (OFA).
- **Metodo di insegnamento e valutazione** Il corso consiste di 52 ore (minimo) di lezione frontale (teoriche ed esercitative). Inoltre sono previste su richiesta degli studenti ulteriori ore di esercitazione in aula e/o tutorato. L'esame consiste in una prova scritta e una orale. La prova orale sarà sostenuta mediamente 10 giorni dopo la prova scritta.
- **Prova scritta** Esercizio di geometria analitica (punti 2), esercizio trigonometria (punti 2), esercizio sui vettori (punti 3), esercizio sugli spazi vettoriali (punti 4), esercizio sulle matrici (punti 4), discussione di un sistema lineare (punti 4), calcolo degli autovettori e autovalori di una matrice (punti 5), studio di una conica (punti 6). Punteggio minimo 18.
- **Appelli d'esame** Le prove saranno fissate nei mesi di gennaio, febbraio (due date), marzo, giugno, luglio (due date), settembre (due date), ottobre.
- **Comunicazioni e prenotazioni** Per ogni eventuale variazione di orari e/o di aula per le lezioni e/o per gli esami oppure per comunicazioni di vario genere saranno affissi avvisi in bacheca elettronica. Per sostenere le prove scritte bisogna prenotarsi obbligatoriamente (pena l'esclusione).

### Riferimenti bibliografici

#### Appunti del corso

E. Schlesinger	Algebra lineare e geometria	Zanichelli
F. Orecchia	Geometria 1	Aracne
S. Lang	Algebra Lineare	Bollati Boringhieri
E. Sernesi	Geometria 1	Bollati Boringhieri
G. Colaps	Esercizi e problemi di algebra lineare e geometria	Edises
C. D. Ikramov	Problemi di algebra lineare	Editori Riuniti

**Aggiornato al 10/01/2020**