

Università degli Studi del Sannio
Programma del Corso di Geometria e Algebra - a.a. 2022/2023
C.d.L. Ingegneria Civile (86102)
C.d.L. Ingegneria Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni (86203)
Arturo Stabile
arturo.stabile@unisannio.it - www.arturostabile.com

Geometria analitica & Cenni di Trigonometria: Piano cartesiano e sue proprietà generali. Studio dei luoghi geometrici: retta, circonferenza, ellisse, iperbole, parabola. Deduzione delle equazioni dei luoghi geometrici. Condizioni di tangenza ed intersezione tra le varie curve. Fasci di luoghi geometrici. Interpretazione dei punti detti fuoco dei luoghi geometrici. Traslazione delle curve nel piano cartesiano. Costruzione della trigonometria partendo dal teorema di Pitagora. Deduzione delle principali proprietà delle funzioni trigonometriche: seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante. Funzioni iperboliche.

Vettori & Spazi vettoriali: Concetto di vettore nel piano e nello spazio tridimensionale. Principio degli spostamenti virtuali di Galilei per l'interpretazione della somma vettoriale. Operazione sui vettori: somma e differenza tra vettori, prodotto di un vettore per uno scalare. Modulo ed inclinazione di un vettore. Versore. Disuguaglianza triangolare. Condizione di parallelismo ed ortogonalità tra vettori. Prodotti di due vettori: prodotto scalare e vettoriale. Proprietà generali dei prodotti e loro dimostrazione. Identità di Lagrange. Dimostrazione del teorema di Carnot. Delta di Kronecker e simbolo di Levi-Civita. Prodotti misti tra vettori. Concetto di spazio vettoriale in \mathbf{R}^n : proprietà degli spazi vettoriali. Operazioni tra vettori in n dimensioni: somma e differenza tra vettori, prodotto di un vettore per uno scalare. Prodotto scalare in n dimensioni. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Vettori linearmente dipendenti e linearmente indipendenti. Base di uno spazio vettoriale. Componenti di un vettore. Processo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Base ortonormale in \mathbf{R}^n . Base canonica di \mathbf{R}^n . Teorema di Steinitz.

Matrici e determinanti: Concetto di matrice. Matrice rettangolare, quadrata, triangolare e diagonale. Operazioni sulle matrici: somma e differenza tra matrici, prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto riga per colonna tra matrici e sue proprietà. Trasposta di una matrice. Matrice simmetrica ed antisimmetrica. Matrice unità. Matrice inversa. Matrice ortogonale. Introduzione del vettore riga e vettore colonna. Prodotto riga per colonna tra matrici, vettori riga e vettori colonna. Calcolo della matrice inversa. Matrice cofattore. Condizione di esistenza della matrice inversa: il determinante di una matrice. Calcolo del determinante per una matrice generica. Proprietà dei determinanti. Minori di una matrice e complemento algebrico. Dipendenza ed indipendenza lineare di vettori riga e/o vettori colonna. Rango di una matrice. Operazioni elementari sulle matrici. Matrice di rotazione nel piano e nello spazio: deduzione geometrica e sue proprietà.

Sistemi lineari: Definizione di un sistema lineare di m equazioni in n incognite: sistema lineare completo ed omogeneo. Sistema lineare compatibile e incompatibile: Numero di soluzione di un sistema lineare: nessuna, unica, infinite. Dimostrazione della regola di Cramer per la soluzione di un sistema lineare di n equazioni in n incognite. Teorema di Rouché-Capelli. Discussione di un sistema lineare parametrico.

Autovalori e autovettori: Definizione di autovalore ed autovettore di una matrice: equazione agli autovalori per una matrice. Autovalori ed autovettori per la matrice inversa e trasposta. Autovalori di una matrice ortogonale. Interpretazione geometrica dell'autovettore associato ad una matrice. Condizione di esistenza degli autovettori. Polinomio caratteristico. Traccia di una matrice. Relazione tra gli autovalori di una matrice e le grandezze determinante e traccia. Calcolo degli autovettori. Molteplicità algebrica degli autovalori. Molteplicità geometrica degli autovettori. Condizione di indipendenza lineare degli autovettori. Proprietà geometrica degli autovettori di una matrice simmetrica. Condizione di diagonalizzazione di una matrice: esistenza di una matrice invertibile. Rappresentazione diagonale di una matrice. Cambiamento di base.

Coniche: Riscrittura dell'equazioni algebriche in chiave matriciale. Introduzione della forma quadratica. Studio degli autovalori e degli autovettori delle matrici rappresentanti le equazioni algebriche. Passaggio dall'equazione algebrica dei luoghi geometrici dedotta in situazioni particolari all'espressione più generale utilizzando nel piano cartesiano una trasformazione di roto-traslazione. Scrittura dell'equazione più generale: la conica. Classificazione dei luoghi geometrici rappresentati dalla conica.

- **Prerequisiti** - Non avere debiti formativi (OFA).
- **Metodo di insegnamento e valutazione** - Il corso consiste di 48 ore di lezione frontale (teoriche ed esercitative). L'esame consiste in una prova scritta in cui vi sono esercizi e domande di teoria.
- **Prova d'esame** - Svolgimento di quattro esercizi e due domande di teoria. In particolare: un esercizio di geometria analitica e/o trigonometria (punti 4), un esercizio sui vettori e spazi vettoriali (punti 6), un esercizio

sulle matrici e/o sistema lineare (punti 5), un esercizio su autovettori e autovalori di una matrice e/o studio di una conica (punti 7). Ogni domanda di teoria vale 4 punti. Punteggio minimo da raggiungere è 18.

- **Appelli d'esame** Le prove saranno fissate nei mesi di gennaio, febbraio, marzo, giugno, luglio, settembre, ottobre.
- **Comunicazioni e prenotazioni** Per ogni eventuale variazione di orari e/o di aula per le lezioni e/o per gli esami oppure per comunicazioni di vario genere saranno affissi avvisi in bacheca elettronica. Per sostenere le prove scritte bisogna prenotarsi obbligatoriamente (pena l'esclusione).

Riferimenti bibliografici

Appunti del corso presenti sulla pagina www.arturostabile.com o su richiesta via mail.

E. Schlesinger	Algebra lineare e geometria	Zanichelli
R. Fioresi, M. Morigi	Introduzione all'algebra lineare	Zanichelli
S. Lang	Algebra Lineare	Bollati Boringhieri
E. Sernesi	Geometria 1	Bollati Boringhieri
G. Colaps	Esercizi e problemi di algebra lineare e geometria	Edises
C. D. Ikramov	Problemi di algebra lineare	Editori Riuniti

Aggiornato al 8/01/2023