

Università degli Studi del Sannio
Programma del Corso di Matematica - a.a. 2021/2022
C.d.L. Ingegneria Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni (86202)
C.d.L. Ingegneria Informatica (86302)
Arturo Stabile
arturo.stabile@unisannio.it - www.arturostabile.com

Corso I° semestre

Numeri reali Struttura algebrica dei numeri reali e proprietà. Valore assoluto. Disuguaglianza triangolare e sua interpretazione geometrica. Intervallo come sottoinsieme dei numeri reali. Intervalli aperti e chiusi. Estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo di un sottoinsieme dei numeri reali. Rappresentazione degli intervalli.

Funzione reale di una variabile reale Definizione di funzione reale. Funzione opposta e funzione reciproca. Valore assoluto di una funzione reale. Somma e prodotto di funzioni reali. Estremi di una funzione reale. Funzione reale limitata e funzione reale dotata di massimo e/o di minimo assoluto e relativo. Funzione reale monotona e strettamente monotona. Funzione pari, dispari e periodica. Funzione potenza n -esima e radice n -esima. Funzione esponenziale. Funzione logaritmo. Funzione potenza. Funzioni circolari. Introduzione del numero di Nepero e e sua stima. Funzioni iperboliche. Funzioni circolari inverse. Funzioni iperboliche inverse. Dominio di una funzione composta. Calcolo di π .

Numeri complessi Campo dei numeri complessi. Forma algebrica dei numeri complessi. Coniugato, reciproco e modulo di un numero complesso. Disuguaglianza triangolare. Rappresentazione geometrica. Forma trigonometrica e formula di Eulero. Radice n -esima di un numero complesso. Condizione di ortogonalità di due numeri complessi. Interpretazione della trigonometria in chiave complessa. Passaggio dalla trigonometria circolare a quella iperbolica

Limiti e continuità di una funzione reale di una variabile reale Punto di accumulazione. Definizione di limite. Limite destro e sinistro. Definizioni di limiti infiniti e di limiti all'infinito. Verifica del limite. Teorema unicità del limite. Limite della somma e prodotto. Teorema permanenza del segno. Limite del rapporto. Teorema dei due carabinieri. Calcolo di limiti notevoli. Concetto di infinitesimo ed infinito. Confronto tra infinitesimi di ordine diverso ed infiniti di ordine diverso. Limite di una funzione composta. Limiti all'infinito di somma, prodotto e rapporti di polinomi. Asintoti orizzontali ed obliqui. Definizione di una funzione continua. Teorema della permanenza del segno. Punti di discontinuità. Classificazione discontinuità. Teorema degli zeri. Teorema di Weierstrass. Continuità funzione monotona ed inversa.

Derivata di una funzione reale di una variabile reale Rapporto incrementale. Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica. Condizione di derivabilità di una funzione. Calcolo della derivata delle funzioni elementari. Derivata del prodotto e della somma di funzioni elementari. Derivata del reciproco di una funzione. Derivata del rapporto di due funzioni. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Massimi relativi, minimi relativi e Teorema di Fermat. Funzioni crescenti e decrescenti. Applicazioni delle derivate alla meccanica. Applicazione del calcolo di massimo e minimo in geometria. Derivata destra e sinistra in un punto. Classificazione delle discontinuità della derivata prima: punti angolosi e cuspidi.

Calcolo differenziale Calcolo del differenziale di una funzione. Teorema di Rolle, Lagrange e Cauchy. Teorema di de L'Hopital. Derivate successive. Definizione di convessità di una funzione. Connessione convessità e derivata seconda. Punti di flesso. Studio del grafico di una funzione. Sviluppo in serie di Taylor. Interpretazione dei limiti notevoli e soluzione di limiti applicando lo sviluppo di Taylor. Approssimazione numerica del numero di Nepero. Dimostrazione della formula di Eulero applicando lo sviluppo di Taylor. Approssimazione del numero di Nepero. Applicazioni dello sviluppo di Taylor per la ricerca di radici di equazioni non algebricamente risolvibili. Derivata di un numero complesso. Interpretazione della derivata come rotazione nel piano complesso. Formula di Poisson per la derivata di un vettore rotante.

Corso II° semestre

Integrale di una funzione reale di una variabile reale Area di una parte di piano. Metodo di esaurimento di Archimede per la parabola. Funzione integrabile secondo Riemann: proprietà fondamentali, teorema della media, integrabilità delle funzioni continue (cenni). Primitive e teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrale indefinito. Metodi di integrazione: per parti, per sostituzione e per decomposizione in somma delle funzioni razionali. Applicazione del calcolo integrale: area di figure piane, volume di solidi di rotazione e lunghezza di una curva.

Equazioni differenziali Funzionale equazione differenziale e sua classificazione. Soluzione di un'equazione differenziale. Esempi di equazioni differenziali della fisica e scelta delle costanti iniziali: oscillatore armonico, smorzato, moto viscoso e decadimento radioattivo. Problema di Cauchy e sua risoluzione. Equazioni differenziali del primo ordine. Metodo della separazione delle variabili. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni differenziali del secondo ordine. Generalizzazione per un'equazione differenziale di ordine n -esimo lineare. Polinomio caratteristico. Spazio vettoriale generato dalle soluzioni dell'omogenea associata. Wronskiano. Soluzione omogenea, particolare e generale. Metodo della variazione

delle costanti per la ricerca di soluzioni particolari. Ricerca delle soluzioni particolari utilizzando la base di polinomi, esponenziali e seni/coseni.

Piano R^2 Vettori e concetto di base in R^2 . Prodotto scalare e sua interpretazione in termini di proiezione. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Introduzione delle coordinate polari.

Funzione reale di due variabili reali Definizione di una funzione reale di due variabili reali e sua rappresentazione in uno spazio cartesiano R^3 . Dominio. Derivata direzionale. Derivata parziale e derivate successive miste. Teorema di Schwarz per l'inversione dell'ordine di derivazione. Operatori differenziali: gradiente, divergenza, rotore e laplaciano. Interpretazione del gradiente di una funzione in termini del piano tangente. Derivata funzione composta e derivata totale. Differenziale di una funzione a più variabili. Sviluppo in serie di Taylor di funzioni di due variabili. Matrice hessiana e suo determinante. Massimi e minimi relativi.

Integrali doppi Domini normali. Calcolo dell'area di un dominio contenuto in R^2 . Integrabilità di una funzione di due variabili. Integrali su domini normali. Teorema di riduzione per gli integrali doppi (Teorema di Fubini – solo enunciato). Cambiamento di variabili negli integrali doppi: matrice jacobiana e Jacobiano. Interpretazione geometrica dello jacobiano. Coordinate polari. Cenni sugli integrali multipli. Calcolo del baricentro di un dominio. Calcolo dei momenti di inerzia di corpi bidimensionali. Calcolo dell'integrale della funzione gaussiana sulla retta reale passando in R^2 .

Curve e Superfici Definizione dell'applicazione curva: $K \subset R \rightarrow R^2, R^3$. Classificazione delle curve: chiusa, aperta, regolare. Tangenza alla curva. Versore tangente e normale alla curva. Generalizzazione del concetto di lunghezza di una curva. Ascissa curvilinea. Integrale di linea di una funzione reale di due o più variabili reali. Definizione dell'applicazione superficie: $K \subset R^2 \rightarrow R^3$. Piano tangente alla superficie ed individuazione di due vettori linearmente indipendenti. Introduzione della matrice jacobiana. Individuazione della direzione normale al piano tangente tramite prodotto vettoriale. Versore normale alla superficie. Area di una superficie. Area di un grafico di una funzione reale di due variabili reali. Integrale di superficie di una funzione reale di due o più variabili reali. Calcolo di flussi e circuitazioni di campi vettoriali.

- **Prerequisiti – I° semestre** Equazioni e disequazioni, Geometria euclidea ed analitica, Coniche e Trigonometria.
- **Metodo di insegnamento e valutazione** Il corso (I° e II° semestre) consiste di 120 ore di lezione frontale (teoriche ed esercitative). L'esame consiste in una prova scritta in cui vi sono esercizi e domande di teoria.
- **Modalità prova scritta I° semestre** La prova (gennaio, febbraio, marzo) consiste in: Dominio di una funzione (4 punti), Esercizio sui numeri complessi (3 punti), Verifica e/o calcolo di un limite (3 punti), Applicazione del calcolo differenziale (4 punti), Studio e grafico di una funzione (8 punti). Due domande di teoria da quattro punti ciascuna. Punteggio minimo 18.
- **Modalità prova scritta II° semestre** La prova (giugno, luglio, settembre) consiste in: Calcolo di un integrale o di una sua applicazione (6 punti), Soluzione di un problema di Cauchy (6 punti), Dominio di una funzione di due variabili o studio di massimi e minimi di una funzione di due variabili (4 punti), Calcolo di un integrale doppio o calcolo di circuitazioni o flussi di campi vettoriali (6 punti). Due domande di teoria da quattro punti ciascuna. Punteggio minimo 18. Possono accedere a questa prova solo gli studenti che hanno superato la prova del I° semestre.
- **Modalità prova scritta esame completo** La prova (giugno, luglio, settembre, ottobre, gennaio, febbraio, marzo) consiste in: Studio e grafico di una funzione o soluzione di un problema di Cauchy (6 punti), Verifica e/o calcolo di un limite o applicazione calcolo differenziale (4 punti), Calcolo di un integrale o di una sua applicazione (4 punti), Dominio di una funzione di due variabili e/o studio di massimi e minimi di una funzione di due variabili (4 punti), Calcolo di un integrale doppio o calcolo di circuitazioni o flussi di campi vettoriali (4 punti). Due domande di teoria da quattro punti ciascuna. Punteggio minimo 18.
- **Comunicazioni e prenotazioni** Per ogni eventuale variazione di orari e/o di aula per le lezioni e/o per gli esami oppure per comunicazioni di vario genere saranno affissi avvisi in bacheca elettronica. Per sostenere le prove scritte bisogna prenotarsi obbligatoriamente (pena l'esclusione) sul sito student portal.

Riferimenti bibliografici

E. Giusti	Elementi di Analisi Matematica(*)	Bollati Boringhieri
P. Marcellini, C. Sbordone	Elementi di Analisi Matematica uno	Liguori Editore
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone	Elementi di Analisi Matematica due	Liguori Editore
E. Giusti	Esercizi e complementi di Analisi Matematica vol. 1, vol. 2	Bollati Boringhieri
P. Marcellini, C. Sbordone	Esercitazioni di Matematica vol. 1, vol. 2	Liguori Editore
R. Fiorenza	Esercitazioni di Analisi Matematica vol. 1, vol. 2	Liguori Editori
B. P. Demidovic	Esercizi e problemi di Analisi Matematica	Editori Riuniti
E. Giusti	Analisi Matematica 1	Bollati Boringhieri

E. Giusti
V.I. Smirnov
M. Bramanti, D. C. Pagani, S.
Salsa

Analisi Matematica 2
Corso di Matematica Superiore vol. 1, vol. 2, vol. 3, vol. 4
Matematica

Bollati Boringhieri
Editori Riuniti
Zanichelli

(*) Tale testo è utile per coloro che hanno necessità di un recupero dei prerequisiti del I° semestre.

Aggiornato al 22/06/2022