Università degli Studi del Sannio
C.d.L. Ingegneria Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Programma del Corso di Metodi Matematici (86240) - a.a. 2015/2016

Arturo Stabile
arturo.stabile@unisannio.it - www.arturostabile.com

Richiami matematica e geometria di base: numeri complessi, trigonometria circolare ed iperbolica, Spazi vettoriali. Base di uno spazio vettoriale. Prodotto scalare. Equazioni differenziali ordinarie: soluzioni transiente e soluzioni particolari.

Spazi funzionali: Spazi L^p (cenni) e generalizzazione del prodotto scalare. Funzioni sommabili.

Sviluppo in serie di Fourier: Costruzione della base trigonometrica ortonormale. Funzioni periodiche. Estensione periodica di una data funzione continua in un intervallo dato. Calcolo dei coefficienti di Fourier. Calcolo dello sviluppo in serie di Fourier per funzioni periodiche pari o dispari. Condizioni sullo sviluppo in serie di Fourier di una funzione periodica. Disuguaglianza di Bessel. Calcolo esplicito dei coefficienti di Fourier per le funzioni utili in Elettrotecnica (funzione gradino, dente di sega simmetrico ed asimmetrico, onda quadra, ecc). Studio dell'equazione della corda vibrante (costruzione fisica dell'equazione) e concetto di linearità dell'operatore differenziale associato. Studio dell'equazione di propagazione del calore omogenea e non. Soluzione transiente e particolare del calore.

Campi vettoriali: Definizione di campo scalare e vettoriale. Sistemi di coordinate (cartesiano, cilindrico e sferico) e rappresentazione delle componenti dei campi vettoriali. Introduzione del simbolo di Levi-Civita e generalizzazione del calcolo dei prodotti vettoriali. Relazioni matematiche tra le componenti dei campi in diversi sistemi di coordinate. Matrice di rotazione tra sistemi di coordinate. Operatori differenziali: gradiente, divergenza, laplaciano, rotore e dalambertiano. Calcolo degli operatori differenziali nei sistemi di coordinate cilindrico e sferico. Teorema della divergenza e di Stokes. Campi conservativi (irrotazionali) e non conservativi (campi solenoidali). Equazioni di Maxwell ed equazione di propagazione delle onde elettromagnetiche. Potenziali elettromagnetici e condizioni di gauge. Calcolo della trasformazione di gauge per la validità delle cosiddette gauge di Lorentz e Coulomb. Introduzioni della funzione Delta di Dirac e deduzione delle sue proprietà matematiche da evidenze fisiche analizzando l'equazione di Poisson.

Curve e Superfici Definizione di curva. Classificazione delle curve: chiusa, aperta, regolare. Tangenza alla curva. Versore tangente e normale alla curva. Generalizzazione del concetto di lunghezza di una curva. Integrale di linea di una funzione reale di due o più variabili reali. Definizione dell'applicazione superficie. Piano tangente alla superficie ed individuazione di due vettori linearmente indipendenti. Introduzione della matrice jacobiana. Individuazione della direzione normale al piano tangente tramite prodotto vettoriale. Versore normale alla superficie. Area di una superficie. Area di un grafico di una funzione reale di due variabili reali. Calcolo esplicito del flusso e della circuitazione di un campo vettoriale.

Integrali gaussiani: calcolo e classificazione.

Funzioni di variabile complessa: Limite e condizioni di continuità di una funzione complessa. Dimostrazione della formula di Eulero. Condizioni di olomorfia di Cauchy-Rieman (in coordinate cartesiane e polari). Calcolo esplicito della derivata di una funzione complessa. Funzione logaritmo ed estensione al campo complesso di tutte le funzioni elementari. Integrazione nel campo complesso. Curva in campo complesso. Definizione dell'integrale di una funzione complessa lungo una curva. Calcolo dell'integrale di z^k su una circonferenza centrata nell'origine. Primitiva di una funzione complessa. Integrale di una funzione regolare su percorso chiuso: proprietà. Aperto semplicemente connesso. Teorema di Cauchy. Calcolo degli integrali di Fresnel. Formula integrale di Cauchy. Indice di avvolgimento. Relazione tra lo sviluppo in serie di Taylor e la formula integrale di Cauchy. Zeri, punti singolari e poli di una funzione complessa. Residuo di una funzione. Teorema dei residui, teorema del piccolo e del grande cerchio e lemma di Jordan. Calcolo di integrali reali con il metodo dei residui.

Trasformazione di Laplace: Definizione e proprietà. Semipiano di convergenza. Calcolo esplicito della trasformata di Laplace per: funzione gradino, funzione di Heaviside, delta di Dirac, esponenziale, funzioni trigonometriche circolari ed iperboliche, potenza e funzioni periodiche. Teorema della traslazione e della convoluzione. Trasformata di $f(ct)$ e $e^{at} f(t)$. Trasformata della derivata di una funzione. Gamma di Eulero e sue proprietà. Applicazione della trasformata alle equazioni differenziali. Funzione di trasferimento e funzione di Green. Applicazioni della trasformata alla risoluzione di problemi di condizioni iniziali, condizioni al contorno. Applicazione alla risoluzione di equazioni integrali ed integro-differenziali di tipo convoluzione. Applicazione ai circuiti elettrici.

Trasformata di Fourier: Forma esponenziale delle serie di Fourier. La trasformata di Fourier. Proprietà della trasformata di Fourier. Trasformata della derivata, convoluzione. La trasformata di $e^{-a|x|}$ e della funzione gaussiana. Applicazioni. L'inversione della trasformata di Fourier. Espressione della delta di Dirac. Soluzione equazioni differenziali ordinarie in regime stazionario. Cenni al concetto di fasore. Equazioni a derivate parziali del II ordine.

Classificazione delle equazioni lineari del secondo ordine in due variabili indipendenti. L'equazione di Laplace, del calore e di D'Alembert.

- **Prerequisiti –** Esami di matematica, fisica e geometria del primo anno.

- **Metodo di insegnamento e valutazione** Il corso consiste di 54 ore (minimo) di lezione frontale (teoriche ed esercitative). Inoltre sono previste su richiesta degli studenti ulteriori ore di esercitazione in aula e/o tutorato. L'esame consiste in una prova scritta e una orale. La prova orale sarà sostenuta mediamente 15 giorni dopo la prova scritta.

- **Prova scritta** Calcolo sviluppo in serie di Fourier (5 punti), calcolo delle componenti di un campo vettoriale in diversi sistemi di coordinate (4 punti), calcolo integrale di linea (circuitazione di un campo vettoriale) o di superficie (flusso di un campo vettoriale) (4 punti), verifica dell'olomorfia di una funzione complessa (punti 2), calcolo di un integrale con il metodo dei residui (5 punti), risoluzione di un'equazione differenziali con la trasformata di Laplace (punti 6), calcolo della trasformata o dell'antitrasformata di Fourier (punti 4). Punteggio minimo 18.

- **Appelli d'esame** Le prove saranno fissate nei mesi di gennaio, febbraio (due date), marzo, giugno, luglio (due date), settembre (due date), ottobre.

- **Comunicazioni e prenotazioni** Per ogni eventuale variazione di orari e/o di aula per le lezioni e/o per gli esami oppure per comunicazioni di vario genere saranno affissi avvisi in bacheca elettronica. Per sostenere le prove scritte bisogna prenotarsi obbligatoriamente (pena l'esclusione).

Riferimenti bibliografici

G. C. Barozzi	Matematica per l'ingegneria dell'informazione	Zanichelli
E. Giusti	Elementi di Analisi Matematica 2	Bollati Boringhieri
M. R. Spiegel	Variabili complesse	Collana Schaum
M. R. Spiegel	Analisi vettoriale	Collana Schaum
M.R. Spiegel	Trasformata di Laplace	Collana Schaum
V.I. Smirnov	Corso di Matematica Superiore vol. 1, vol. 2, vol. 3, vol. 4	Editori Riuniti
A.N. Tichonov, A.A. Samarskij	Equazioni della Fisica Matematica	Editori Riuniti
G. Cosenza	Lezioni di Metodi Matematici della Fisica vol. 1, vol. 2	Bollati Boringhieri

Aggiornato al 31/12/2015