

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente _____ matricola _____

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Sia la parabola di equazione $y = ax^2$ con $a > 0$. Si conduca la retta r parallela all'asse y nel punto P di ascissa x_0 . Sia s la retta passante per P e per il fuoco della parabola. Dimostrare che la normale alla parabola in P è bisettrice dell'angolo formato dalle rette r e s . Dimostrare tale formula. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 4)

2- Sia la circonferenza goniometrica. Introdurre la funzione trigonometrica $\sec x$ e dimostrare che è pari a $\frac{1}{\cos x}$. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 3)

3- Dati il vettore $\vec{a} = (1, 2, -1)$. Costruire un secondo vettore \vec{b} tale che $\vec{a} \times \vec{b}$ sia lungo l'asse y e l'area del parallelogramma costruito con i vettori \vec{a} e \vec{b} sia pari a 4. (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^4 $(1, 0, 1, 0)$, $(0, 2, 2, 0)$, $(-1, 1, 0, 1)$, $(0, -1, -1, 1)$, determinare la più ampia base ortonormale (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 5)

5- Sia la matrice $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & -1 \end{pmatrix}$ con a e b parametri reali. Costruire la matrice simmetrica utilizzando A e determinare i parametri affinché $\det A = -5$ e $\text{tr } A = 0$. Infine calcolare A^{-1} . (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 5)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare
$$\begin{cases} x + y - 2z = k \\ 2x + 3y + z = -1 \\ kx + 3z = 1 - 2k \\ x + 2y + 3z = -k - 1 \end{cases}$$
 ricavando successivamente le possibili soluzioni utilizzando il metodo di Cramer. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

7- Determinare i valori del parametro reale a affinché la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ non è diagonalizzabile. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 5)