

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO  
C.d.L. Ing. Civile  
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni  
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

**1-** Data l'iperbole equilatera riferita all'origine del sistema di riferimento di equazione  $xy = k$ , dimostrare che l'omografica di equazione  $u = \frac{\alpha v + \beta}{\gamma v + \delta}$  rappresenta lo stesso luogo geometrico dell'iperbole e che esiste un cambio di coordinate per passare dalla coppia  $(x, y)$  a  $(u, v)$  e viceversa. Siano con  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  e  $k$  parametri reali. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 4)

**2-** Dall'affermazione "corde che insistono su archi uguali sono a loro volte uguali" dimostrare le formule di Werner. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 3)

**3-** Dati il vettore  $\vec{a} = (1, 2, -1)$ . Costruire un secondo vettore  $\vec{b}$  tale che  $\vec{a} \times \vec{b}$  sia lungo l'asse  $x$  e l'area del parallelogramma costruito con i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  sia pari a 2. (VETTORI - PUNTI: 3)

**4-** Siano dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale  $\mathbf{R}^3$   $(1, a, 2)$ ,  $(0, 1, 0)$  e  $(3, 1, a)$  con  $a$  parametro reale. Determinare il valore del parametro affinché i vettori siano linearmente indipendenti e in tal caso costruire una base ortonormale in cui sia presente il vettore  $(0, 1, 0)$ . Infine rappresentare in tale base il vettore  $(-1, 2, 4)$ . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 5)

**5-** Sia la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2h-1 & h & h \\ 0 & h-3 & 0 \\ h & 2+h & 1 \end{pmatrix}$  al variare del parametro reale  $h$ . Determinare il rango di  $A$  al variare di  $h$ . Infine determinare la matrice inversa individuando la condizione su  $h$  affinché esista l'inversa. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 5)

**6-** Discutere al variare del parametro  $k$  la compatibilità del sistema lineare  $\begin{cases} x + y + kz = 2 \\ x + y + 3z = k - 1 \\ 2x + ky - z = 1 \end{cases}$  ricavando successivamente le possibili soluzioni utilizzando il metodo di Cramer. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

**7-** Determinare gli autovalori e gli autovettori della matrice  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Verificare infine se è diagonalizzabile o meno e in caso affermativo rappresentare la sua forma diagonale. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 5)