

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

**1-** Calcolare lo sviluppo della funzione  $f(x) = \begin{cases} x & -2\pi < x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$ , prolungata periodicamente fuori dell'intervallo  $(-2\pi, 2\pi]$ , in serie di Fourier. (PUNTI: 5)

**2-** Calcolare il flusso, attraverso una superficie sferica centrata nell'origine, del rotore del campo vettoriale  $\vec{A}(\vec{r}) = \left( \frac{x}{|\vec{r}|^3}, \frac{y}{|\vec{r}|^3}, \frac{z}{|\vec{r}|^3} \right)$  dove  $\vec{r} = (x, y, z)$ . (PUNTI: 4)

**3-** Calcolare il gradiente e il laplaciano della funzione scalare  $f(r, \theta, \varphi) = r^2 - r a \cos \theta \sin \varphi$  essendo  $(r, \theta, \varphi)$  coordinate polari. (PUNTI: 4)

**4-** Verificare se esiste una funzione  $v(x, y)$  tale che la funzione  $f(z) = e^{-x}(x \sin y - y \cos y) + i v(x, y)$  sia olomorfa. (PUNTI: 2)

**5-** Calcolare con il metodo dei residui il seguente integrale  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - 2 \cos \vartheta + \sin \vartheta} d\vartheta$ . (PUNTI: 5)

**6-** Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} u'' + 3u' + 2u = \sin 2t \\ u(0) = 1 \\ u'(0) = -1 \end{cases}$ . (PUNTI: 6)

**7-** Calcolare la trasformata di Fourier della funzione  $f(x)$  corrispondente al valore  $h(1 - a|x|)$  se  $|x| < 1/a$ , altrimenti pari a zero. Si suppongano  $a$  e  $h$  numeri reali positivi. (PUNTI: 4)