

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Calcolare lo sviluppo della funzione $f(x) = \begin{cases} x & -\pi < x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$, prolungata periodicamente fuori dell'intervallo $(-\pi, \pi]$,

in serie di Fourier. (PUNTI: 5)

2- Siano \vec{A} e \vec{B} due campi vettoriali irrotazionali. Dimostrare che il campo $\vec{A} \times \vec{B}$ è solenoidale. (PUNTI: 4)

3- Calcolare il laplaciano in coordinate sferiche della funzione scalare $f(x, y, z) = \frac{\ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{x^2 + y^2 + z^2}$ essendo (x, y, z)

le coordinate cartesiane. (PUNTI: 4)

4- Determinare la funzione $v(x)$ affinché la funzione $f(z) = e^{-x} \sin y + iv(x)$ sia olomorfa. (PUNTI: 2)

5- Calcolare con il metodo dei residui il seguente integrale $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$. (PUNTI: 5)

6- Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} u'' - u' = t \\ u(0) = -1 \\ u'(0) = 1 \end{cases} \quad . \text{ (PUNTI: 6)}$$

7- Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = e^{-x^2}$. (PUNTI: 4)