

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Calcolare lo sviluppo della funzione $f(x) = \begin{cases} 1 & -1 < x \leq 0 \\ -1 & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, prolungata periodicamente fuori dell'intervallo $(-1, 1]$,

in serie di Fourier. Successivamente riportare la sua espressione troncata all'ordine $m = 2$. (PUNTI: 5)

2- Calcolare le componenti cilindriche del campo vettoriale $\vec{A}(\vec{r}) = (2y, -z, 3x)$ nel punto $\vec{r} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$. (PUNTI: 4)

3- Calcolare il gradiente e il laplaciano della funzione scalare $f(r, \theta, \varphi) = r^2 - r \cos \theta \sin \varphi$ essendo (r, θ, φ) coordinate polari. (PUNTI: 4)

4- Determinare la funzione $v(x, y)$ affinché la funzione $f(z) = e^{-x} x \sin y + i v(x, y)$ sia olomorfa. (PUNTI: 2)

5- Calcolare con il metodo dei residui il seguente integrale $\int_0^{\infty} \frac{\cos mx}{x^2 + 1} dx$ con $m > 0$. (PUNTI: 5)

6- Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} u''' - 2u'' + u' = \cos t \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \\ u''(0) = 1 \end{cases}$. (PUNTI: 6)

7- Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = e^{-x^2}$. (PUNTI: 4)