

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Calcolare lo sviluppo della funzione $f(x) = \begin{cases} x & -1 \leq x < 0 \\ -x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$, prolungata periodicamente fuori dell'intervallo $[-1, 1)$, in serie di Fourier. (PUNTI: 4)

2- Dato il campo vettoriale $\vec{A}(\vec{r}) = (3x^2 + 6y, -14yz, 20x)$, espresso in componenti cartesiane, calcolare la sua rappresentazione in componenti cilindriche nel punto dello spazio individuato dalla posizione $\vec{r} = (x, y, z) = (3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, 4)$. (PUNTI: 3)

3- Calcolare la circuitazione del campo vettoriale $\vec{F}(\vec{r}) = \left(-\frac{y}{(x^2+y^2)^2}, \frac{x}{(x^2+y^2)^2}, 1\right)$ lungo una linea chiusa giacente nel piano xy e che avvolge l'origine del sistema di riferimento. (PUNTI: 4)

4- Verificare se la funzione $f(z) = f(\rho, \vartheta) = \rho^{1/2} e^{i\vartheta/2}$ è olomorfa in tutto il piano complesso dove (ρ, ϑ) sono il modulo e la fase di z . (PUNTI: 2)

5- Calcolare con il metodo dei residui l'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos mx}{x^2+a^2} dx$ dove a e m sono parametri reali. (PUNTI: 5)

6- Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} y''' - y'' + y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 0 \end{cases} .$$

(PUNTI: 5)

7- Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = \cos 2x$. (PUNTI: 4)

8- Risolvere il seguente calcolo variazionale $\delta \int_{-1}^1 (y'^2 - 2y^2 + y \cos x) dx = 0$ con la condizione $y(-1) = 0$, $y(1) = 1$. (PUNTI: 3)

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Calcolare lo sviluppo della funzione $f(x) = \begin{cases} x & -1 \leq x < 0 \\ -x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$, prolungata periodicamente fuori dell'intervallo $[-1, 1)$, in serie di Fourier. (PUNTI: 6)

2- Dato il campo vettoriale $\vec{A}(\vec{r}) = (3x^2 + 6y, -14yz, 20x)$, espresso in componenti cartesiane, calcolare la sua rappresentazione in componenti cilindriche nel punto dello spazio individuato dalla posizione $\vec{r} = (x, y, z) = (3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, 4)$. (PUNTI: 4)

3- Calcolare la circuitazione del campo vettoriale $\vec{F}(\vec{r}) = \left(-\frac{y}{(x^2+y^2)^2}, \frac{x}{(x^2+y^2)^2}, 1\right)$ lungo una linea chiusa giacente nel piano xy e che avvolge l'origine del sistema di riferimento. (PUNTI: 6)

4- Verificare se la funzione $f(z) = f(\rho, \vartheta) = \rho^{1/2} e^{i\vartheta/2}$ è olomorfa in tutto il piano complesso dove (ρ, ϑ) sono il modulo e la fase di z . (PUNTI: 2)

5- Calcolare con il metodo dei residui l'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos mx}{x^2+a^2} dx$ dove a e m sono parametri reali. (PUNTI: 6)

6- Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} y''' - y'' + y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 0 \end{cases} .$$

(PUNTI: 6)