

1- Calcolare lo sviluppo della funzione $f(x) = \begin{cases} -e^{-x} & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$, prolungata periodicamente fuori dell'intervallo $[-1, 1)$, in serie di Fourier. (PUNTI: 4)

2- Dato il campo vettoriale $\vec{A}(r, \vartheta, \varphi) = (3r^2, 2r \cos \vartheta, r \cos \vartheta \sin \varphi)$, espresso in componenti polari, calcolare la divergenza nel punto dello spazio individuato dalla posizione $\vec{r} = (x, y, z) = (3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, 4)$ (componenti cartesiane). (PUNTI: 3)

3- Calcolare il flusso del campo vettoriale $\vec{F}(\vec{r}) = \left(-\frac{y}{(x^2+y^2)^2}, \frac{x}{(x^2+y^2)^2}, 1 \right)$ attraverso il cilindro centrato nell'origine con raggio di base r ed altezza h . (PUNTI: 4)

4- Verificare se la funzione $f(z) = \ln z$ è olomorfa in tutto il piano complesso. Verificare l'olomorfia in coordinate cartesiane e polari. (PUNTI: 2)

5- Calcolare con il metodo dei residui l'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin mx}{x} dx$ dove m è un parametro reale. (PUNTI: 5)

6- Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + y' = t^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$. (PUNTI: 5)

5)

7- Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = \sin x - \cos 2x$. (PUNTI: 4)

8- Risolvere il seguente calcolo variazionale $\delta \int_{-1}^1 (y'^2 + \alpha y^2 - 2y \cos x) dx = 0$ con la condizione $y(-1) = 0$, $y(1) = 1$ al variare del parametro reale α . (PUNTI: 3)

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Calcolare lo sviluppo della funzione $f(x) = \begin{cases} -e^{-x} & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$, prolungata periodicamente fuori dell'intervallo $[-1, 1)$, in serie di Fourier. (PUNTI: 6)

2- Dato il campo vettoriale $\vec{A}(r, \vartheta, \varphi) = (3r^2, 2r \cos \vartheta, r \cos \vartheta \sin \varphi)$, espresso in componenti polari, calcolare la divergenza nel punto dello spazio individuato dalla posizione $\vec{r} = (x, y, z) = (3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, 4)$ (componenti cartesiane). (PUNTI: 4)

3- Calcolare il flusso del campo vettoriale $\vec{F}(\vec{r}) = \left(-\frac{y}{(x^2+y^2)^2}, \frac{x}{(x^2+y^2)^2}, 1 \right)$ attraverso il cilindro centrato nell'origine con raggio di base r ed altezza h . (PUNTI: 6)

4- Verificare se la funzione $f(z) = \ln z$ è olomorfa in tutto il piano complesso. Verificare l'olomorfia in coordinate cartesiane e polari. (PUNTI: 2)

5- Calcolare con il metodo dei residui l'integrale $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin mx}{x} dx$ dove m è un parametro reale. (PUNTI: 6)

6- Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + y' = t^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$. (PUNTI: 6)

6)