

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

**1-** Determinare l'ellisse e l'iperbole centrate nell'origine che passano per i punti di coordinate  $A \equiv (1,2)$  e  $B \equiv (-2,2)$ . Determinare i punti di intersezione dei luoghi geometrici con gli assi coordinati. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 3)

**2-** Dimostrare la formula di bisezione delle funzioni seno e coseno. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

**3-** Dati i vettori  $\vec{a} = (1, 1, 2)$  e  $\vec{b} = (-1, 1, 1)$  calcolare  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  e l'angolo compreso tra i due vettori. Determinare il vettore di modulo 2 perpendicolare ai vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{a} + \vec{b}$ . (VETTORI - PUNTI: 4)

**4-** Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale  $\mathbf{R}^3$ :  $(1, -1, 3)$ ,  $(1, 2, -1)$  e  $(-1, 2, 3)$ . Verificato che sono linearmente indipendenti costruire una base ortonormale di  $\mathbf{R}^3$ . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

**5-** Date le matrici  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  calcolare il determinante e la traccia di  $A$ ,  $B$ ,  $AB$  e  $BA$ . Infine determinare le matrici inverse. (MATICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

**6-** Discutere al variare del parametro  $k$  le soluzioni del sistema lineare  $\begin{cases} kx + 2y + z = k^2 - 1 \\ x + (k+1)y + z = 0 \\ 3x + 2y + (4-k)z = 0 \end{cases}$ . (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

**7-** Determinare autovalori e autovettori della matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 4)

**8-** Discutere e classificare la seguente conica  $2x^2 + 2y^2 + 12xy + 4x + 2y + 1 = 0$ . Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 5)