

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Determinare l'ellisse e l'iperbole centrate nell'origine che passano rispettivamente per le coppie di punti (2,1), (0,2) e per la coppia (1,0), (2,3). Determinare i punti di intersezione dei luoghi geometrici con gli assi coordinati. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 3)

2- Dimostrare la formula di bisezione delle funzioni seno e coseno. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 1, 2)$ e $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ calcolare $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e l'angolo compreso tra i due vettori. Determinare il vettore di modulo 2 perpendicolare ai vettori \vec{a} e $\vec{a} + \vec{b}$. (VETTORI - PUNTI: 4)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^3 : (1, -1, 3), (1, 2, -1) e (-1, 2, 3). Verificato che sono linearmente indipendenti costruire una base ortonormale di \mathbf{R}^3 . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ calcolare la matrice inversa. Definita la matrice $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ e calcolato $A' = B^{-1}AB$

verificare che $\text{Tr } A = \text{tr } A'$. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} 4x - y + 2z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ kz - 2y + 5x = -3 \end{cases}$. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

4)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 4)

8- Discutere e classificare la seguente conica $5x^2 + 5y^2 - 6xy + 16\sqrt{2}x + 38 = 0$. Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 5)