

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

- 1-** Determinare la parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate passante per il punto (2,4) il cui fuoco è il punto (1,2). Inoltre calcolare la retta tangente alla parabola passante per il punto (2,4). (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 3)
- 2-** Dimostrare le formula di addizione e sottrazione per la funzione tangente. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)
- 3-** Calcolare l'area del parallelogrammo costruito con i vettori  $\vec{a} = (1, 1, 2)$  e  $\vec{b} = (-1, 1, -1)$ . Calcolare inoltre l'angolo compreso tra i due vettori e l'angolo che essi formano rispettivamente con l'asse z. (VETTORI - PUNTI: 2)
- 4-** Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale  $\mathbf{R}^4$ :  $(2, -1, 1, 1)$ ,  $(1, 2, -1, 0)$ ,  $(-1, -2, 0, 1)$  e  $(-1, 0, 2, 1)$ . Verificato che sono linearmente indipendenti costruire una base ortonormale di  $\mathbf{R}^4$ . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)
- 5-** Calcolare l'inversa, la trasposta e la traccia della matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ . Dimostrare inoltre che la traccia di una matrice è invariante per trasformazioni di similitudine del tipo  $A \rightarrow B^{-1}AB$  dove B è una generica matrice invertibile con determinante diverso da zero. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)
- 6-** Discutere al variare del parametro  $k$  le soluzioni del sistema lineare  $\begin{cases} x + k y + z = k \\ x - y - k z = 1 \\ x + y - z = k - 1 \end{cases}$ . (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)
- 7-** Determinare autovalori e autovettori della matrice  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 4)
- 8-** Discutere e classificare la seguente conica  $x^2 + y^2 + x y + 6 x - 10 y + 7 = 0$ . Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 5)