

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Data una parabola di equazione $y = -x^2 - 4x + 1$ ed il punto di coordinate (3, 5). Determinare le rette tangenti alla parabola condotte dal punto in questione. Determinare la circonferenza che passa per il vertice della parabola e per i punti di tangenza. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)

2- Ricavare la formula di triplicazione del seno. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 1, 2)$ e $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ calcolare $\vec{a} \times \vec{b}$ e l'area del parallelogramma individuato dai due vettori. Determinare la proiezione vettoriale del vettore \vec{a} sul vettore \vec{b} . (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^4 : $(1, -1, 1, 0)$, $(1, 2, -1, 1)$, $(-1, 1, 0, 1)$, $(1, 0, 0, 1)$. Verificato che sono linearmente indipendenti, costruire una base ortonormale di \mathbf{R}^4 . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & k & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ calcolare i possibili valori del parametro k affinché il rango sia 3 e 2. Definita la matrice

$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ determinare il parametro k affinché $B^{-1}A$ tenga determinante pari a 2. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x + y + kz = 2 \\ x + y + 3z = k - 1 \\ 2x - z + ky = 1 \end{cases}$ ricavando successivamente le possibili soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)

8- Discutere e classificare la seguente conica $x^2 - 4xy + 4y^2 - 4x + 3y + 1 = 0$. Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 6)