UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO

C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente ______________________________ matricola ________

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Dimostrare che l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ha il fuoco nei punti di coordinate $(\pm\sqrt{a^2+b^2}, 0)$. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)

2- Verificare la seguente identità $\tan(2x) + \tan x = \frac{\sin(3x)}{\cos(2x)\cos x}$. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 1, -1)$ e $\vec{b} = (0, 3, 3,)$ calcolare $\overrightarrow{2a} \times (-\vec{a} + 3\vec{b})$ e l'angolo che quest'ultimo forma con il vettore (2,1,3). (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale **R**4: $(1, 1, 0, -1)$, $(0, 3, -3, 0)$, $(0, 1, -1,\ 2\ )$, $(1, -1,\ 2,\ 1\ )$. Determinare la base ortonormale generata da questi vettori. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ calcolare la matrice inversa e la trasposta. Inoltre partendo dalla matrice A costruire una matrice simmetrica ed un'altra antisimmetrica. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + k\,z = k \\ x + (k-1)y = 0 \\ x + (k-1)y + k\,z = k \end{cases}$ ricavando successivamente le possibili soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare se la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile o meno. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)

8- Classificare la seguente conica $2x^2 + 4\,x\,y + 2y^2 + x = 0$. Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 6)

Prova del 13/06/2019