

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO  
C.d.L. Ing. Civile  
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni  
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

- 1-** Dimostrare che l'ellisse di equazione  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ha il fuoco nei punti di coordinate  $(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$  se  $a > b$ . (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)
- 2-** Dimostrare perché in triangolo rettangolo la lunghezza di un cateto è pari all'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)
- 3-** Dati i vettori  $\vec{a} = (1, 1, -1)$  e  $\vec{b} = (1, -1, 2)$  calcolare il vettore ortogonale ad entrambi e di modulo 5. Applicando il teorema di Carnot calcolare il modulo del vettore  $\vec{a} + \vec{b}$  e  $\vec{a} - \vec{b}$ . (VETTORI - PUNTI: 3)
- 4-** Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale  $\mathbf{R}^4$ :  $(1, 0, 1, -1)$ ,  $(2, -1, 0, 3)$ ,  $(-2, 5, 2, 1)$ . Determinare la base ortonormale generata da questi vettori. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)
- 5-** Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  calcolare la matrice inversa e la sua trasposta. Inoltre partendo dalla matrice A costruire una matrice simmetrica ed un'altra antisimmetrica. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)
- 6-** Discutere al variare del parametro  $k$  le soluzioni del sistema lineare  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + kz = k \\ x + (k-1)y = 0 \\ x + (k-1)y + kz = k \end{cases}$  ricavando successivamente le possibili soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)
- 7-** Determinare se la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ k & 1 \end{pmatrix}$  è diagonalizzabile o meno al variare del parametro  $k$ . (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)
- 8-** Classificare la seguente conica  $(k + 1)x^2 - ky^2 + 2y - 4 = 0$  al variare del parametro  $k$ . Determinare la sua forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 6)