

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Esame di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203) – AA 2020/2021

Studente _____ matricola _____

I quesiti sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18/30.

Traccia 1/1

1- Determinare la circonferenza passante per i punti di coordinate $A = (1, 0)$, $B = (4, 0)$ e $C = (2, 3)$. Siano T_1 e T_2 i punti di tangenza alla circonferenza con le rette passanti per il punto $P = (-1, 1)$. Calcolare l'area del settore circolare avente l'arco di minore lunghezza compreso tra i punti T_1 e T_2 . (GEOMETRIA ANALITICA / TRIGONOMETRIA - PUNTI: 4)

2- Dati i vettori $\vec{a} = (-1, 2, -3, 2)$, $\vec{b} = (1, 0, 2, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, -2, 3)$ e $\vec{d} = (-1, 1, 1, 0)$ verificare se sono linearmente dipendenti o indipendenti. Successivamente costruire una base ortonormale scegliendo un numero massimo di vettori indipendenti in cui sia presente la direzione del vettore \vec{a} . (VETTORI / SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 6)

3- Discutere al variare del parametro k la compatibilità del sistema lineare $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y - kz = 1 \\ x + z = 0 \\ 3x + ky - z = k \end{cases}$. Ricavare le soluzioni del sistema.
(MATRICI / SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

4- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ e determinare la matrice che diagonalizza A .
(AUTOVALORI E AUTOVETTORI / CONICHE- PUNTI: 7)

5- Dimostrare la disuguaglianza Cauchy – Schwarz in uno spazio vettoriale Euclideo R^n . (TEORIA - PUNTI: 4)

6- Dimostrare che in un generico sistema cartesiano monometrico ortogonale l'equazione di conica può essere scritta come $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$ dove a, b, c, d, e, f sono costanti arbitrarie. (TEORIA - PUNTI: 4)