

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO  
C.d.L. Ing. Civile  
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Esame di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203) – AA 2020/2021

Studente \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

I quesiti sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18/30.

Traccia 1/1

**1-** Determinare la parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti di coordinate  $A = (1, 0)$ ,  $B = (5, 0)$  e  $C = (2, 3)$ . Siano  $t_1$  e  $t_2$  le rette tangenti alla parabola nei suoi punti di ascissa 2 e 3. Calcolare l'area compresa tra la parabola e le rette tangenti. (GEOMETRIA ANALITICA / TRIGONOMETRIA - PUNTI: 4)

**2-** Dati i vettori  $\vec{a} = (-1, 2, -3)$  e  $\vec{b} = (1, 1, 2)$  determinare una base ortonormale in  $\mathbf{R}^3$  contenente un vettore di base con la stessa direzione di  $\vec{a}$ . Esprimere il vettore  $\vec{c} = (-1, 3, 1)$  nella base individuata e determinare gli angoli che il vettore  $\vec{c}$  forma con i versori della base. Individuare un quarto vettore  $\vec{d}$  tale che risulti linearmente dipendente il set dei vettori  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ . (VETTORI / SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 6)

**3-** Discutere al variare del parametro  $k$  la compatibilità del sistema lineare  $\begin{cases} kx + y - z = 1 \\ 2kx + y = k \\ x + (k-1)z = -1 \end{cases}$ . Ricavare le soluzioni del sistema utilizzando il metodo di Cramer. (MATRICI / SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

**4-** Classificare la conica di equazione  $x^2 - y^2 - 4xy + 6x + 2y + 2 = 0$  determinandone la forma canonica e le opportune trasformazioni nel piano. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI / CONICHE- PUNTI: 7)

**5-** Dimostrare il teorema di Steinitz. (TEORIA - PUNTI: 4)

**6-** Proprietà del determinante (con dimostrazione): prodotto matrici, matrice inversa, righe/colonne linearmente dipendenti, autovalori (TEORIA - PUNTI: 4)