

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Esame di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203) – AA 2020/2021

Studente _____ matricola _____

I quesiti sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18/30.

Traccia 1/1

1- Determinare l'equazione dell'ellisse centrata nell'origine passante per il $A = (5, 0)$ e con eccentricità $1/2$. Siano t_1 e t_2 le rette tangenti all'ellisse nei suoi punti di ascissa 2. Calcolare l'area compresa tra l'ellisse, le rette tangenti e l'asse y . (GEOMETRIA ANALITICA / TRIGONOMETRIA - PUNTI: 4)

2- Dati i vettori $\vec{a} = (-1, 2, -3)$ e $\vec{b} = (1, 1, 2)$ determinare una base ortonormale in \mathbf{R}^3 contenente un vettore di base con la stessa direzione di \vec{a} . Esprimere il vettore $\vec{c} = (-1, 3, 1)$ nella base individuata e determinare gli angoli che il vettore \vec{c} forma con i versori della base. Individuare un quarto vettore \vec{d} tale che risulti linearmente dipendente il set dei vettori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. (VETTORI / SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 6)

3- Calcolare l'inversa, la trasposta e la traccia della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. Costruire utilizzando la matrice A una seconda matrice che sia antisimmetrica. Dimostrare inoltre che la traccia di una matrice è invariante per trasformazioni di similitudine del tipo $A \rightarrow B^{-1}AB$ dove B è una generica matrice invertibile con determinante diverso da zero. (MATRICI / SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

4- Classificare la conica di equazione $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}y^2 + 5xy + 9x + 9y + \frac{13}{2} = 0$ determinandone la forma canonica e le opportune trasformazioni nel piano. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI / CONICHE- PUNTI: 7)

5- Processo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. (TEORIA - PUNTI: 4)

6- Proprietà del polinomio caratteristico. (TEORIA - PUNTI: 4)