

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Esame di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203) – AA 2021/2022

Studente _____ matricola _____

I quesiti sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18/30.

Traccia 1/1

1- Determinare la parabola con asse parallelo all'asse y passante per i punti di coordinate $A = (1, 0)$, $B = (5, 0)$ e $C = (2, 3)$. Siano t_1 e t_2 le rette tangenti alla parabola nei suoi punti di ascissa 2 e 3. Calcolare l'area compresa tra la parabola e le rette tangenti. (GEOMETRIA ANALITICA / TRIGONOMETRIA - PUNTI: 4)

2- Dati i vettori $\vec{a} = (-1, 2, -3)$ e $\vec{b} = (1, 1, 2)$ determinare una base ortonormale in \mathbf{R}^3 contenente un vettore di base con la stessa direzione di \vec{a} . Esprimere il vettore $\vec{c} = (-1, 3, 1)$ nella base individuata e determinare gli angoli che il vettore \vec{c} forma con i versori della base. Individuare un quarto vettore \vec{d} tale che risulti linearmente dipendente il set dei vettori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. (VETTORI / SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 6)

3- Discutere al variare del parametro k la compatibilità del sistema lineare
$$\begin{cases} kx + y - z = 1 \\ 2kx + y = k \\ x + (k-1)z = -1 \end{cases}$$
. Ricavare le soluzioni del sistema utilizzando il metodo di Cramer. (MATRICI / SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

4- Classificare la conica di equazione $x^2 - y^2 - 4xy + 6x + 2y + 2 = 0$ determinandone la forma canonica e le opportune trasformazioni nel piano. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI / CONICHE- PUNTI: 7)

5- Dimostrare il teorema di Steinitz. (TEORIA - PUNTI: 4)

6- Proprietà del determinante (con dimostrazione): prodotto matrici, matrice inversa, righe/colonne linearmente dipendenti, autovalori (TEORIA - PUNTI: 4)